

Bir Başka Sihirbazlık

Bir başka sihirbazlık daha yapalım. n herhangi bir sayı olsun ve rastgele n tane tamsayı seçin. Bu sayıların hepsi birbirinden değişik olmayabilir.

Şu savı ortaya atıyorum. **Bu n sayıdan birkaçının toplamı n 'ye bölünür.**

Örneğin $n = 5$ ise ve 2, 4, 9, 9, 17 sayılarını seçmişsek, $2 + 9 + 9$, 5'e bölünür (ya da $9 + 9 + 17$).

Savı kanıtlayalım. Sayılarımıza,

$$a_1, a_2, \dots, a_n$$

adını verelim. Aşağıdaki $n + 1$ sayıyı ele alalım:

$$0$$

$$a_1$$

$$a_1 + a_2$$

$$a_1 + a_2 + a_3$$

$$\vdots$$

$$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$$

Bu $n + 1$ sayının herbiri n 'ye bölündüğünde, kalan 0'la $n - 1$ arasında bir sayıdır. 0'la $n - 1$ arasındaysa yalnızca n tane sayı vardır. $n, n + 1$ 'den küçük olduğundan (şansa bak!), güvercin yuvası ilkesine göre, yukardaki $n + 1$ sayıdan ikisi n 'ye bölündüğünde kalanları eşittir. Bu iki sayıdan küçüğünü büyüğünden çıkarırsak, elde ettiğimiz sayı n 'ye tam olarak bölünür (ve en başta seçtiğimiz n sayıdan birkaçının toplamıdır.) ♠



KENT MERKEZİNDE SÜREKLİ BİR SANAT SİNEMASI

**bilgi'de
sinema**

Ayrıntılı Bilgi için:
0 212 293 50 10
www.bilgi.edu.tr/sinema
e-posta: sinema@bilgi.edu.tr

İSTANBUL BİLGİ ÜNİVERSİTESİ

Karenin Kare Sayısı



$n \times n$ tane noktadan oluşmuş düzgün bir karede (kenarları yatay ve dikey) kaç kare vardır? Örneğin, $n = 3$ ise toplam 5 kare vardır, dördü küçük, biri büyük. ♠

Kare Oyunu



$n \geq 2$ bir tam sayı olsun. $n \times n$ tane noktadan oluşmuş bir karede iki kişilik şu oyunu ele alalım: Her oyuncu sırası geldiğinde daha önce seçilmemiş bir noktayı seçiyor. Hangi noktayı hangi oyuncunun seçtiği ayırdedilmiyor. Dört köşesi o ana dek seçilmiş noktalardan oluşan bir dikdörtgen elde eden ilk oyuncu oyunu kaybediyor. Eğer $n = 2$ ise oyunu birinci oyuncu kazanır, hem de nasıl oynarsa oynasın kazanır. Eğer $n = 3$ ise bu oyunu hangi oyuncu kazanır? Genel olarak, $n \times n$ tane noktadan oluşmuş oyunları hangi oyuncu kazanır? (Not: Burada "dikdörtgen"lerimiz kenarları yatay ve dikey olan dikdörtgenlerdir, çarpaz dikdörtgenleri dikdörtgenlerden saymıyoruz.) ♠