

Dikkat Paradoks Var!

Burak Bitlis*
burak_bitlis@hotmail.com



Paradokslar, Garip Döngüler ve Escher

“Paradoks”un çeşitli tanımları vardır.

Matematiksel ya da mantıksal anlamda, bir paradoks “ $x = y$ ve $x \neq y$ ” gibi çelişkili, ama kanıtlanmış bir önermedir. Matematikte şimdilik bilinen bir paradoks yoktur. Geçen yüzyılın başında bulunan matematiksel paradokslar matematiğin temelleri değiştirilerek çözülmüştür.

Matematik dahil, birçok bilimde kimi zaman paradoks, “şaşırtıcı sonuç” anlamında da kullanılmaktadır.

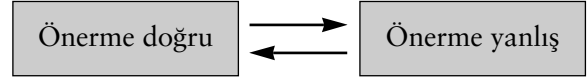
Bir başka anlamda, bir paradoks bize çok saçma gelen bir durumdur. Örneğin, “Okuma yazma bilmeyenler saat 5’e kadar 317 numaralı odaya başvursunlar” yazılı bir tabela bu anlamda bir paradokstur. Bir ülkede çok sayıda çok yoksulun ve az sayıda çok çok zengininin bulunması, hatta bu zümrelerin birbirine çok yakın yaşaması birçok sosyal bilimci tarafından “paradoksal” olarak nitelendirilir.

Bir başka anlamda (belki psiko-sosyo-kültürel ve epistemolojik anlamlarda) paradoks, alışkanlıklarımızla, sezilerimizle, sezgilerimizle, geleneklerimizle, kültürümüzle, alışageldiğimiz düşünme biçimiyle çelişen durumlardır.

Bu yazıda, hangi türden olursa olsun, birçok tür paradoksun özünü oluşturan ortak bir öğeden sözedeceğiz.

MÖ. 4. yüzyılda yaşamış Eubulides’in *Bu önerme yanlıştır* önermesini doğru veya yanlış diye etiketlendiremeyiz. Doğru olduğunu varsaydığımız anda önermenin kendisi önermenin yanlış olduğunu söyleyerek varsayımımızı çürütecektir. Önermenin yanlış olduğunu varsaymamız da, benzer bir şekilde bizi geri göndererek varsayımımızın çelişkiye yol açtığını gösterecektir. Dolayısıyla, Eubulides’in önermesi epistemolojik anlamda bir paradokstur: Her önermenin doğru ya da yanlış olması gerektiği kanımızla (sezimizle) çelişir.

Bu son paradoksu iki seviye arasında bir döngü olarak da algılayabiliriz. Her seviye bizi öbür seviyeye gönderir. Douglas Hofstadter, ünlü *Gödel, Escher, Bach* isimli kitabında bu olayı “Garip Döngüler” olarak adlandırmıştır.



Bu basit döngü, 19 ve 20. yüzyılda bazı matematikçilere (George Boole, Augustus De Morgan, Georg Cantor, Bertrand Russell, David Hilbert, Henri Poincaré, Kurt Gödel vs.) ilham kaynağı olmuş ve matematiğin temellerinde bir sorgulama başlamıştır.

“Garip Döngüler” özellikle bir sanatçıyı çok etkilemiş ve bu sanatçının yapıtlarında ana tema olarak işlenmiştir. Sözetlediğim sanatçı, 1898’le 1972 yılları arasında yaşamış Hollandalı grafiker Maurits Cornelis Escher. Garip döngülerin şaşırtıcılığını görsel olarak olağanüstü bir başarıyla sunmuştur.

Escher’in Şekil 1’deki *Resim Galerisi* resmini inceleyelim. Bir resim galerisinde bir genç adam bir



Şekil 1. Escher, Resim Galerisi

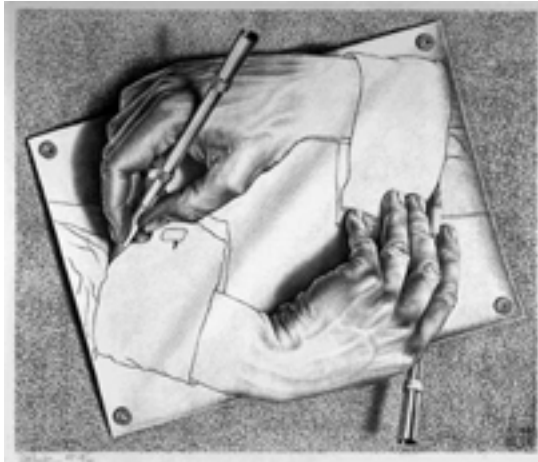
* Purdue University West Lafayette, Elektronik Mühendisliği yüksek lisans öğrencisi.

resmi inceliyor. İncelediği resimde küçük bir kasabanın limanında bir gemi, düz çatılı evler ve apartmanından dışarı bakan bir kadın var. Kadının apartmanının tam altında bir resim galerisi ve bu resim galerisinde bulunan genç adam bir resmi inceliyor. İncelediği resim de küçük bir kasabanın resmi!.. Bir anda başladığımız düzeye geri döndük. Her ne kadar başladığımız noktaya (galeri) ulaşmak için ara seviyelerden geçtiyssek de (genç adam, resim, ev, galeri), sonuç olarak galeri içinde galerinin kendisi de bulunmaktadır. Benzer bir biçimde resmin bir parçası resmi içermektedir ve hatta genç adam kendini içermektedir!

Eubuplides paradoksu da, Escher'in *Resim Galerisi* resmindeki sorun da kendi kendine referanstan kaynaklanmaktadır. Oysa kendini doğrudan referans etmeden de paradoksal önermeler yaratabiliriz. Örnek olarak şu iki tümceye bakalım:

- Bir sonraki tümce yanlıştır.
- Bir önceki tümce doğrudur.

İlk tümceye doğru dediğimizde, ikinci tümce bu varsayımı yalanlayacaktır. Benzer bir nedenle ilk tümceyi yanlış olarak da nitelendiremiyoruz. Buradaki sorunu birinci veya ikinci tümce tek başına yaratmamaktadır. Her tümcenin ötekisiyle ilgili bilgi vermesi, bu iki tümcenin birlikte bir Eubuplides türü paradoks yaratmasına neden olmuştur.



Şekil 2. Escher, Çizen Eller

Bu paradoksu Escher Şekil 2'de görülen *Çizen Eller* yapıtında resmetmiştir. Sağ el sol eli, sol el de sağ eli çiziyor... İkinci aşamada paradoksa düştüğümüzü anlıyoruz. Bazı resimlerde paradoksa ulaşmamız daha çok aşama gerektirebilir. Örneğin, Şekil 3'te görülen *Çıkanlar ve İnenler* resminde yürüyen rahiplerlerden iç kısımdakilerin

devamlı aşağı, dış kısımdakilerin ise devamlı yukarı yürüdüğünü gözlemliyoruz ki bütünün paradoks olduğunu görmek için iki üç rahibe bakmak yeterli olmuyor (yaklaşık 45 basamak veya 10'dan fazla rahip ilerlemek gerekiyor).



Şekil 3. Çıkanlar İnenler

Her basamak ve rahip mantıklı bir resim parçası oluşturduğu halde bu parçalar birleştiğinde bir imkânsızlık yaratılıyor. Benzer bir resim Şekil 4'te verilen "*Çağlayan*". Çağlayandan akan suyun dönüp dolaşıp kendi kaynağını oluşturması, *Çıkanlar ve İnenler*'e göre daha az aşama alıyor.

Escher'in bu resimlerini algılayabiliyoruz ama

resimleri kendi içinde açıklamaya kalktığımızda paradoksla karşılaşılıyor. Bunları paradoks olmadan açıklamak için görünmeyen ve daha güçlü bir seviyeye ihtiyacımız var. Örneğin *Çizen Eller* resmini çizen



Şekil 4. Çağlayan

Escher, resimdeki ellerden daha güçlü bir seviyededir ve ellere istediği kuralları koymaktadır.

Ve bizler de güçlü seviyede oldukça imkânsızı yaratabileceğiz. ♠

Kaynakça

1. Douglas Hofstadter, "Gödel, Escher, Bach: An Eternal Golden Braid", 1989
2. <http://www.mcescher.com>
3. <http://www.mathworld.com>