

# Bakış & AÇISI

Ahmet Doğan  
ahmetdogan51@hotmail.com



## Doğru Matematik Eğitimi

**D**ost sohbetlerinde matematikle ilgili konuşmalar genellikle okul yıllarının anlarına dayanır. “Matematikten not almak çok zordu...” “Bir matematik öğretmenimiz vardı. Ondan çok korkardık...” “Matematik yüzünden üniversitede x bölümünü seçtim...” “Lise 1’de bir matematikçi geldi, onun sayesinde matematiği sevdim...” gibi. Bu konuşmaların hemen hemen tümünde (matematiği sevsin ya da sevmesin), matematikle matematik hocası arasında bir bağ kurulur. Gerçekten de, çok ender istisnalar dışında, kişinin matematiği sevmesi ve anlaması okul yıllarında doğru matematikle karşılaşmasına bağlıdır. Bu da matematiği öğretenlerin matematiğe yaklaşımıyla ilgilidir elbette.

**Öğrenme ve Merak.** Daha konuşmayı tam beceremeyen çocuk en çok “bu ne?” (mu ne) sorusunu sorar. Hele bazı çocuklar bu tür sorularında insana yeter dedirtecek kadar ileri giderler. Yine ilkokul çağındaki çocukların neredeyse tümü ansiklopedi karıştırmaktan, belgeselleri izlemekten hoşlanır. Çocukluğunda dağ-şehir-isim bulmaca veya dama, satranç gibi oyunları oynamamış hemen hemen yok gibidir. Saymak, sayılarla nesnel arasındaki ilişkiyi kurup toplama, çıkarma, çarpma yapmak çocukların genellikle çok hoşlandıkları matematiksel eylemlerdir. Tüm bunlar bilme-öğrenme, kısaca merak duygusunun insan doğasında olduğunu göstermektedir. Özel olarak da insan beyninin düşünmeye, düşünce üretmeye yatkınlığını gösterir. Çocuk matematiği sever, matematik onun için oyundur. Eğitim sürecinde bir oyun olarak başlayan bu eylem giderek sorgulama, neden-sonuç ilişkilerini ortaya koyabilme, çözüm üretme, soyut düşünebilme ve bunun tadına varabilmeye dönüştürülmelidir.

\* MEF Dersaneleri matematik öğretmeni.

**Somut-Soyut İlişkisi.** Yıllar önce bir dostum, ilkokul öğrencisi oğlu Serkan’ın (şimdi üniversite mezunu) matematikten sorun yaşadığını, ayrıca özel ders aldırıldığı halde sorunu çözemediğini söyleyip yardım istedi. Gelmelerini söyledim. Baba oğul geldiler. Serkan okulda izledikleri kitapları, dergileri ve ayrıca özel ders öğretmenin aldırıldığı test kitabını getirmişti. Konu olarak uzunluk ölçülerini işliyordular. Kitaplarına ve defterine baktığımda birçok soruyu doğru çözdüğünü gördüm. Metrenin askatları ve üskatlarıyla ilgili sorular sordum. Bir metre kaç santimetre, 3 dekametre kaç desimetre gibi... Aldığım yanıtlar doğrudu. Daha sonra, bir araç 70 km hızla 5 saat yol alıyor, kaç km yol alır gibi (belki biraz daha karmaşık) bir soru sorduğumda bocaladı. Bunun üzerine elimdeki kalemi uzatıp, “Tahmin et bakalım, bu kalemin boyu ne kadardır?” diye sordum. Serkan azıcık geriye çekildi, tek gözünü kapatıp boynunu hafifçe eğdi, ölçtü, biçti ve “2 metre” diye yanıt verdi. Defteri kitabı kattık... Elimize metreyi aldık, masanın enini, boyunu, kalemin uzunluğunu, benim ve Serkan’ın boyunu ölçtük... Serkan’ın gözleri ışıldadı, coştı. Bana soru sor demeye başladı. Eve gidince de ölçülebilecek her şeyi önce tahmin etmiş sonra ölçmüş. İş oturdukları altı katlı apartmanın yüksekliğini ölçmeye kadar vardırmış.

Öğrenmek ve anlamak başarıyı, başarı coşkuyu getirmişti.

**Kanıt ve Heyecan.** Daha sonra yaşadığım şu olay üretmenin ve başarının verdiği coşkuya örnektir. Benzerlik konusunu işlediğim bir sınıfta konuyla ilgili yeterince uygulama yaptıktan sonra, öğrencilerden birinci Öklid bağıntısını (dik üçgende hipotenüse ait yüksekliğin karesi, dik kenarların hipotenüs üzerindeki izdüşümleri çarpımına eşittir)

kanıtlamalarını istedim. Oldukça zayıf bir öğrenci kanıtladıktan sonra veya kanıtlayabildiğini gördükten sonra yarı şaka yarı şaşkın ama sevinçle, “Ulan Öklid, sen bulmasaydın bu benim teoremim olacaktı” tepkisini verdi. Benzer örnekleri matematik öğretmenleri çok yaşamıştır.

Bir teoremi kanıtlarken veya bir problemi çözerken, hatta bir problem üretirken duyduğumuz hazzi öğrenciye yansıtmak ve onlara başarabilecekleri duygusunu vermek zorundayız. Sonuç bulmaktan çok, sonuca giderken kullanılan yöntemlerin önemini vurgulayarak...

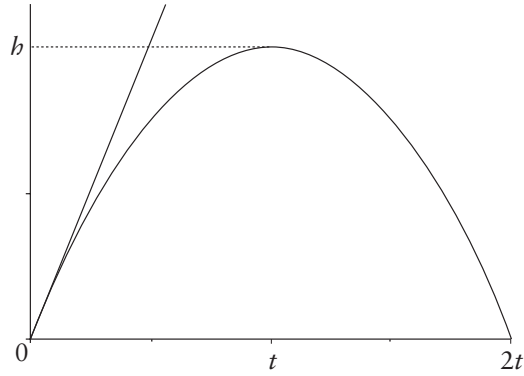
İşte tam da bu noktada biz öğretmenlerin kendimizi sorgulamamız gerektiğini düşünüyorum. Eğitim sürecinde acaba biz, öğretmek adına merak duygusunu yok ediyor, öğrenciyi edilgen duruma getirip, beyinsel işlevlerini en aza indiriyor, soru çözmeyi, teorem kanıtlamayı (sınavlarla) hesabı yapılacak eylemlere mi dönüştürüyoruz?

Ve yine acaba, matematik öğretmeye çalışanların temel görevi merak duygusunu kışkırtmak, yani kışkırtıcılık mı olmalıdır?

**Matematiksel Model-Soyutlama İlişkisi.** Üniversite sınavlarına hazırlık sınıfında ikinci dereceden polinom fonksiyonlarını anlatacağım... Ki bu konu lise eğitimi boyunca ele alınmıştır, dolayısıyla öğrencilerin önceden bir bilgisi vardır. Bir öğrencim, “Hocam bunları niçin öğreniyoruz? Hayatta ne işimize yarayacak?” diye sordu. Arkasından bir diğeri daha cüretkâr ve küçümser bir edayla, “Hocam, fasulye alırken fonksiyonu nasıl kullanacağım?” diye tamamladı. Doğal olarak irkildim. Sınıf başarılı denebilecek fen sınıfı öğrencilerinden oluşuyordu ve üniversiteye girme aşamasında bu soruyu soruyorlardı! Daha da çok irkildim. Toparlanıp uygun yanıtı verebilmek için kendi kendime, “Niçin domatesi değil de fasulyeyi seçti?” sorusunu sordum (niçin fasulyeyi seçtiğini hâlâ bilmiyorum) ve rahatladım. Yanıtıma, “Bilseydim, kılçıklı fasulyeyle kılçiksiz fasulye nasıl ayırt edilir onu anlattırdım,” diye de başlamadım...

Soruyu, “Bu konuyu niçin öğreniyoruz, nelerde kullanacağız, neyle ilişkisi var?” biçiminde yorumlayıp fonksiyonun manav tarafından adı konulmadan kullanıldığını, tüm ölçülerin (uzunluk, ağırlık, değer vs) kabaca birer fonksiyon olduklarını anlattıktan sonra ikinci dereceden polinomu çocukluğunda herkesin oynadığı istop (topun ha-

vaya atılarak oynadığı) oyunuyla aşağıdaki gibi örnekledim.



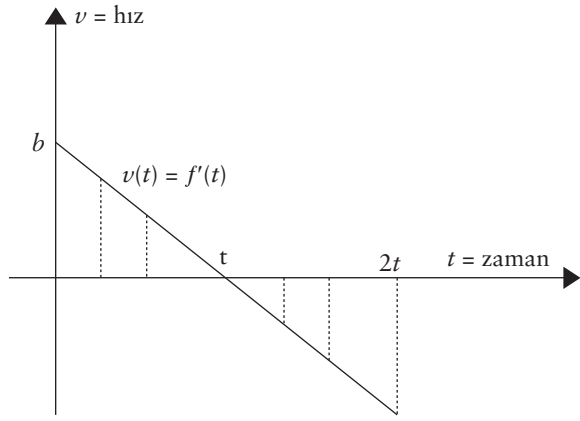
Bililir ki, belli bir hızla havaya atılan top belirli bir yüksekliğe çıktıktan sonra düşmeye başlar. Bu yükseliş gelişigüzel değildir. Elbette, ne kadar hızlı atılırsa, top o kadar yükseğe çıkar ve o kadar geç düşer. Topun varabileceği en büyük yükseklik topu atış hızımıza (daha doğrusu topu atış hızımızın dikey koordinatına) göre değişir. Hangi hızla ve hangi yöne doğru atılırsa atılsın, dimdik havaya atılmadığı sürece, rüzgârı ve sürtünmeyi yoksayarsak, top adına parabol eğrisi denen bir eğri boyunca hareket eder. Dahası, topun yüksekliği zamanın bir fonksiyonu olarak çizildiğinde gene bir parabol eğrisi bulunur.

Topun en yüksek noktaya çıkışı için geçen süre  $t$  ise, yere düşene kadar geçen toplam süre  $2t$ 'dir. Yani yükseliş ve düşüş süreleri eşittir.

Bu eğri matematiksel olarak ( $t$  zamanı ve  $y$  yüksekliği göstermek üzere)  $y = at^2 + bt + c$  denklemiyle gösterilir. Bu, ikinci dereceden bir polinom fonksiyonudur. (Eğer başlangıçta topun yüksekliği 0'sa,  $c = 0$  olmalıdır.)

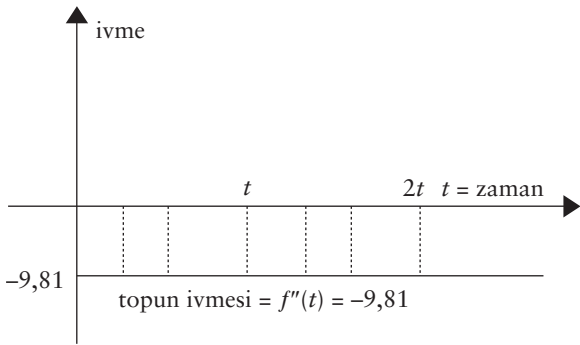
Topun havaya atılındaki (dikey) hız hiç azalmasaydı, top sürekli yükselecekti, ve elbette istop diye bir oyun da olmayacaktı. Belki başka bir oyun olurdu...

Aşağıdaki grafik dikey hızın zamana bağlı olarak değişimini göstermektedir. (Sürtünmeyi yoksayarsak yatay hız hep sabittir.) Bu değişimin matematiksel gösterimi parabol eğrisini gösteren  $f(t) = at^2 + bt + c$  fonksiyonunun birinci türevi dediğimiz  $f'(t) = 2at + b$  biçimindeki doğrusal fonksiyondur. Buradaki  $b$ , topun başlangıçtaki dikey hızıdır. Belli bir zaman sonra, diyelim  $t$  saniye sonra, topun dikey hızı sıfır olur ve  $2t$  saniye sonra dikey hız yine  $b$  olur; ancak hız aksi istikamete doğru  $b$ 'dir, yani cebirsel değeri  $-b$ 'dir. Sonuç: Top baş-



langıçtaki hızla yere düşer... Bir başka sonuç: En yüksek noktada hız 0 olmak zorunda olduğundan, en yüksek noktaya  $f'(t) = 0$  eşitliğini sağlayan  $t$  zamanında ulaşılır, yani  $t = -b/2a$  zaman sonra.  $b$ 'yi biliyoruz,  $b$ , başlangıçtaki dikey hız. Biraz sonra  $a$ 'yı bulacağız. Ama bir an için  $a$ 'yı bildiğimizi varsayarsak, topun çıktığı en büyük yüksekliği de buluruz:  $f(-b/2a)$ .

Şimdi  $a$ 'yı bulalım. Havaya atılan her cisim düşmek zorundadır. Öyleyse her cismi yere çeken bir kuvvet yani yerçekimi kuvveti vardır... Bu kuvveti yerçekimi üretir.



Matematiksel olarak ivme hızın hızıdır, yani uzaklığın zamana göre olan fonksiyonunun türevinin türevi. Örneğimizdeki ivme,  $f(t) = at^2 + bt + c$  fonksiyonunun ikinci türevidir, yani  $f''(t) = 2a$  dır. Bu fonksiyon görüleceği üzere sabit fonksiyondur, zamana bağlı değildir.

Yerçekimi ivmesinin yeryüzünde sabit ve yaklaşık  $9.81 \text{ m/sn}^2$  olduğu bilinir. (Yerden uzaklaştıkça bu ivme azalır ama istop oyununda top o kadar yükselemeyeceğinden bu azalmayı yoksayabiliriz. Yani yoksayabileceğimiz mikroskopik bir miktarda topun ivmesi önce azalır sonra artar.) Dolayısıyla  $a$  aşağı yukarı  $9,81/2$  dir.

Bir oyundan yola çıkarak, matematiksel model oluşturup konuyu anlamlı hale getirmeye çalıştım. Arkasından da bu modelin doğayı ve doğa olaylarını anlamak çabası içinde olan bir insanın, doğa olaylarını yönlendirebileceğini söyleyerek fonksiyonun (ve türevin) önemini anlattım.

O zaman aklıma gelmedi, keşke havaya top değil de fasulye attırıyordum, daha komik olurdu.

Öğrencinin ilgisini artırmak için bu tür örneklemeleri yaparız. Eminim ki birçok öğretmen arkadaşım buna benzer (hatta daha da güzel) modellerle konuları anlatmaktadır. İlköğretim döneminde somut-soyut ilişkisi kadar lise matematiği anlatılırken matematiksel model-soyutlama ilişkisi önemlidir. Gerçekten gereklidir de. Ancak bu noktada bir tehlike var: “Matematik ne işime yarayacak?” sorusunun öncülü. “Matematik neye yarar?” sorusunun kendisi tehlikeli bir soru olabilir.

**Matematik Neye Yarar?** Matematik neye yarar sorusu gerçekten öğrenmek amaçlı bir soru olarak sorulduğunda bir sorun yok. Uygun biçimde açıklar ve kişinin merakını giderirsiniz. Ama bu soru bazen, “Bu kadar matematiğe ne gerek var? Bizi neden bu kadar zorluyorsunuz, hesabı öğretin, sonuçları öğretin yeter... Sizin hiç mi insafınız yok!” anlamında sorulur... Bunun altında, yaşama, bilgiye, matematiğe, doğaya, insana ve her şeye mutlak yararçı anlayışla bakan bir bakış yatar. Böyle düşünen biri için her şey kolay elde edilmeli, kolayca tüketilmelidir. “Kafayı yormaya gerek yoktur...” Tam bir tüketici tavrı...

Oysa sadece bir oyunun deşifre edilmesi bile (başka bir işe yaramasa da) başlı başına bir serüvendir. Hatta asıl güzellik buradadır. İşte bu güzelliği yansıtmak zorundayız.

Bir matematiksel kuram belki bir amaca hizmet etmek için bulunmuştur, ama o kuramı bulan matematikçi bir zaman sonra yaptığıнын büyüüne kapılıp işe yararlılığı unuttur, adeta bir sanatçı duyarlılığı ve şevkiyle çalışır. Matematikçinin ana dürtüsü işe yararlılık değil güzelliştir. Salt işe yarama kaygısıyla ne matematik yapılır, ne herhangi bilimsel bir buluş bulunur... Ancak teknolojiyi (göreceli olarak) geliştirebilirsiniz.

Matematiğin ve bilimin gelişmesindeki itici güç insanın doğasında vardır. Yukarıda söylediğim gibi bu merak duygusudur. Bu duygu körelirse insan makineleşir. Yazık değil mi?.. ♥