

İnternet Dünyası

Vebi Derya



www.sanalmatematik.com. Geçen sayımızda bu siteden söz etmiştik. Şimdi yeniden yapılanıyor. Umarız bu kez eleştirilerimiz dikkate alınır.

1) Aksiyomlar kısmı hâlâ daha yanlışlarla dolu. Seçim Aksiyomu, “*boş kümelerden oluşan bir kümenin, kümenin tüm boş alt kümelerinde bulunan bir elemanı içeren en az bir alt kümesi vardır*” biçiminde değildir sitede yazdığı gibi. Bir boş kümede hiç eleman olur mu? *Tüm boş kümelerinde ne demektir? Kaç tane boşküme vardır? Bu derginin geçen sayısında Seçim Aksiyomu’ndan birazcık söz edilmişti. Siteyi hazırlayanların o yazıyı okumalarını öneririm.*

Yer Değiştirme Aksiyomu, “*a kümesinin bir elemanı olsun, y kümesi de a kümesinin bir elemanı olsun. Eğer $A(y, z)$ yi sağlayan bir z elemanı varsa z elemanı x kümesinde bulunur*” şeklinde değildir sitede yazıldığı gibi. Yer Değiştirme Aksiyomu şöyledir: *a bir küme olsun. $A(x, y)$, kümeler kuramında yazılmış bir “formül” olsun. Eğer her $x \in a$ için, $A(x, y)$ formülünü gerçekleyen/sağlayan/doğrulayan tek bir y kümesi varsa, o zaman, bir $x \in a$ için $A(x, y)$ formülünü gerçekleyen tüm y kümelerini eleman olarak içeren bir küme vardır.*

2) Siteye konan haberleri acaba sitenin yapımcısı anlıyor mu? Örneğin şu haberi ele alalım: *1922 yılında Avustralya’lı bir matematikçinin, Heisenberg belirsizlik ilkesini bölerek, belirsizliğin miktarını bulan istatistik tekniğinin doğru olduğu ispatlandı. Kabul edilen ispat, Heisenberg ilkesinin bir benzeri olmasıyla birlikte belirsizliği kesin olarak vermesi bakımından çok önemli bir ispat olarak kabul ediliyor. İlk tümce düşük. Geçelim. Ama belirsizlik ilkesi nasıl bölünür anlayamadık. Bir pasta bölünür, bir sayı bölünür, bir ev bölünür, dünya bölünür, kalp bölünür, hatta parçalanır, paramparça olur, ama bir ilke nasıl bölünür? Sonra... Heisenberg’in belirsizlik miktarını bulmak ne demektir? Heisen-*

berg’in belirsizlik miktarı ne mende bişidir? Birimi nedir örneğin? Hangi formülde geçer? Nasıl kesin olarak bulunabilir? Yani Heisenberg ilkesi kesin olarak mı doğru, yoksa hiçbir zaman belirlenemeyecek bir miktar mı kesin olarak belirlenmiş? Haberin kaynağı ne? Daha fazla bilgiye nasıl ulaşırız? Teoremin tam ne dediği anlatılmadıkça bu haberin hiçbir anlamı yoktur. Son olarak: Teoremi kanıtlayan Avusturyalı matematikçinin adı yok mu?

Çok haber yerine az ve anlaşılır haber koymakta yarar vardır. Yoksa yanlış haber bile koyulabilir.

3) Paradokslar köşesine gelelim. *Paradokslar karakterlerindeki farklılıklara göre şu şekilde sınıflandırılabilirler: Zeno paradoksları, Russell paradoksları (Küme teorileriyle ilgili), Mantık paradoksları, Epimenides paradoksları (Yalancı paradoksları), Sonsuzluk paradoksları...* diye yazılmış sitede. Böyle bir sınıflandırmadan haberim yoktu. Haberim olmayabilir, bilmeyebilirim, bu sınıflandırma yazarın evrensel kabul görmemiş kendi sınıflandırması da olabilir. Ama bu sınıflandırma neye göre yapılmış? Hangi “karakter farklılıklarına göre”? Paradoksun karakteri ne demektir? Her paradoks bu türlerden birine mi girmek zorunda? Sınıflandırmanın mantığı, nedeni açıklanmadıkça sınıflandırmanın hiçbir anlamı yoktur.

4) Russell Paradoksu Bölümüne girdik... Küme paradokslarının yaratıcısı ünlü İngiliz düşünür Bertrand Russell’dır, diye yazıyor. Doğru değil bu bilgi. Daha önce kümeler kuramıyla ilgili Burali-Forti paradoksu biliniyordu. (Burali-Forti paradoksunun bir benzerini Cantor da bağımsız olarak bulmuştur.)

Russell’in küme paradoksu, kendisini eleman olarak içeren ve içermeyen kümelerle ilgilidir, diye yazıyor. Hayır, bu kesinlikle doğru değil. Russell’in paradoksu küme kavramının ta kendisiyle ilgilidir. Russell paradoksu kendisini eleman olarak içe-

ren ve içermeyen kümeleri **kullanır** sadece, ama onlarla ilgili değildir.

Bunun için öncelikle Greg [!] Cantor'un küme aksiyomunu öğrenelim: Serbest değişken olarak x içeren bir $P(x)$ fonksiyonu, bu fonksiyonu sağlayan elemanların oluşturduğu bir küme tanımlar, diye yazıyor. Bir fonksiyon nasıl sağlanır? Bir eşitlik sağlanır, bir eşitsizlik sağlanır, bir özellik sağlanır, ama bir fonksiyon sağlanmaz. Nitekim buradaki $P(x)$ bir fonksiyon değildir. Bir "özelliktir". Fonksiyon olsaydı $P(x)$ değil, $f(x)$ yazılırdı. $P(x)$ bir özelliktir ve özellik (Property) olduğundan $P(x)$ olarak yazılmıştır.

Cantor, Frege ve her matematikçi tarafından kabul edilen şu ilke geçerliydi: Eğer $P(x)$ bir özellikse, $P(x)$ özelliğini sağlayan kümeler bir küme oluştururlar. Russell Paradoksu bu ilkedен hareket ederek bir çelişki elde eder. Zermelo-Fraenkel aksiyom sisteminde bu ilke değiştirilerek şu biçimde aksiyom olarak sunulmuştur: Eğer a bir kümeysе ve $P(x)$ bir özellikse, a 'nın $P(x)$ özelliğini sağlayan elemanları bir küme oluştururlar. Aradaki fark a 'nın varlığında. Birincisinde a yoktu, $P(x)$ özelliğini sağlayan her kümeden sözediliyordu. İkincisinde $P(x)$ özelliğini sağlayan a 'nın elemanlarından sözediliyor.

Ayrıca bugün matematikte bilinen paradoks yoktur. Russell paradoksu da (önce Russell'in kendisi tarafından, tipler kuramı sayesinde, daha sonra Zermelo tarafından) çözülmüştür. Bunun da belirtilmesinde yarar vardır.

5) Halka açık bir forum var, elbette daha çok gençlerin bulunduğu. Sitenin en keyifli bölümü burası, hem sohbeti keyifli hem de matematiği. Her zaman olduğu gibi özgürlük yarıyor. Bravo! Çok sevдик. Bir Raziye girmiş foruma, ortalığı allak bullak etmiş. Türk mizah tarihine geçecek bir yazışma.

www.math.edu.tr.tc ya da www.cebiri.babasi.com.

Fıldır fıldır bir site. Hareket etmeyen hiçbir nesne yok. Biri hopluyor, biri titriyor, biri sağdan iniyor, biri soldan çıkıyor... Oysa daha basit bir site çok daha albenili olurdu.

Reklamlar yazıların önüne geçiyor, bir zaman sonra kayboluyorlar ama çok can sıkıcı, hiçbir şey okutmuyorlar.

Paradokslar bölümü içler acısı. Çok yanlış var. Birkaçını sıralayalım:

Önce doğru parçasının tanımını yapalım: Doğru

Parçası: Başlangıcı ve sonu olan ve sonsuz adet noktadan oluşan doğru. Hiç böyle tarif olur mu? Yukardaki ne doğrunun ne de doğru parçasının tanımıdır. Ayrıca matematikte tanım değil tanımdır.

Nokta: Kalemin kâğıda bıraktığı en küçük iz veya belirti. Kalemin kâğıda bıraktığı iz – matematiksel anlamda – nokta değildir. Kalemin kâğıda bıraktığı iz olsa olsa kalemin kâğıda bıraktığı izdir. Ayrıca hangi kalemin hangi kâğıda bıraktığı izden sözediyoruz?

Noktanın boyutu olmadığına göre iki noktanın yanyana gelmesi birşey ifade etmez. 100 nokta veya 1 milyar nokta da yanyana geldiğinde herhangi bir şekil oluşturmaz. (Çünkü şekil oluşturması için gerekli olan boyut özelliğini sağlamıyor). Bu şuna benzer ki; sıfır ile sıfırın toplamı yine sıfırdır. Milyarlarca sıfırı toplasak 'yarım' dahi etmez. O halde doğrunun tanımında bir hata var. Çünkü sonsuz adet noktanın yanyana gelmesi birşey ifade etmez! Bu yazılanlarda herhangi bir mantık kırıntısı yok.

Noktayı boyutlu kabul edelim. Karşımıza bir paradoks daha çıkar; doğru parçasında sonsuz adet nokta olduğuna göre doğru parçasının da uzunluğu sonsuz olmalıdır. Çünkü çok az da olsa boyutu olan bir şeyden sonsuz adedi yanyana gelirse sonsuz uzunluk olur. Baştan aşağı yanlış.

George Cantor'a göre bir kümenin alt kümelerinin eleman sayısı, asıl kümeden daha fazladır. Yanlış! Tam tersine! Ayrıca George değil Georg.

Bu sebeplerden Hempel paradoksu, "Tümevarım"ın itibarını sarsmıştır. Kim karar vermiş tümevarımın itibarının sarsıldığına?

Bu durum, matematikçi Arnauld'a mantıksız geldiği için negatif sayıların olmadığına hükmetti. Arnauld'un matematik hakkındaki düşüncelerine birçok matematikçi katılmaz ama Arnauld'un bile bu kadarını söyleyebileceğini sanmıyorum.

Russel Paradoksu: 1970 yılında 98 yaşında ölen Bertrand RUSSEL'in çok bilinen paradoksu: "Bir odada papa ve ben varım. Odada kaç kişiyiz?" Cevap: "Bir kişiyiz. Çünkü ben, aynı zamanda papayım." Bu böyle değil... Üstelik bu anlattığımız paradoks da değil. Yanlış biliyorsunuz. Bu öyküde, Russell, $1 = 2$ (yanlış) varsayımından hareket ederek papa olduğunu kanıtlamıştır. Ayrıca, Russell çift le ile yazılır...

Bu sitelere bakınca aklıma Sakallı Celal'in bir lafı geliyor. ♥