



Matematiğin Kısa Bir Tarihi-II

İkinci Dönem: Eski Yunan Matematiği

Ali Ülger* / aulger@ku.edu.tr

M.Ö. 600'lü yıllar Perslerin Orta Doğu'ya hakim olmaya başladığı yıllardır. M.Ö. 550'lere gelindiğinde, Persler, Anadolu ve Mısır dahil olmak üzere, bütün Ortadoğu'nun tek hakimidirler. M.Ö. 500-480 arasında Yunan yarımadasına üç sefer düzenlerler. 480'de Atina'yı ele geçirerek yakarlar, ama, fazla değil, bir yıl sonra, 479'da Yunanlılar Persleri Yunan yarımadasından atarlar.

Bu tarih, M.Ö. 479, Yunan uygarlığının başlangıcı olarak kabul edilir. Bilimde, felsefede ve sanatta çok parlak bir dönemin başlangıcıdır.

Yunan matematiği gerçekte bu dönemden daha önce başlamıştır. İki kişi, Tales (M.Ö. 624-547) ve Pisagor (M.Ö. 569-475), Yunan matematiğinin babası olarak kabul edilir.



Tales

Tales. Tales Milet'de (Aydın) doğmuştur. Mısır'a gittiği, bir süre orada kaldığı ve geometriyi Mısır'da öğrendiği bilinmektedir. Mısır'dayken, büyük piramidin gölgesinin uzunluğunu ölçerek, bu sayıyı, kendi boyunun o andaki gölgesinin boyuna olan oranıyla çarpmak suretiyle

(yani Tales Teoremi'ni kullanarak), büyük piramidin yüksekliğini hesapladığı kitaplarda anlatılmaktadır. Tales Milet'e döndükten sonra, öğrendiklerini öğretmek gayesiyle kendi etrafında oluşturduğu bir gruba geometri öğretmiştir. Matematiğe – deneye dayanmayan, yani ampirik olmayan – akıl yürütmeye dayalı soyut ispatın Tales'le girdiği kabul edilir. Ayrıca, Tales tarihin ilk filozofu olarak kabul edilir.

Pisagor. Yunan matematiğinin diğer babası olan Pisagor Samos (Sisam) adasında doğmuştur.

Pisagor'un bir süre Tales'in yanında kaldığı, tavsiyesine uyarak Mısır'a gittiği, orada geometri öğrendiği, Mısır tapınaklarını ziyaret edip dini bilgiler edindiği ve Mısır'ın Persler tarafından işgali sırasında, Perslere esir düşerek Babil'e götürüldüğü bilinmektedir. Babil'de bulunduğu beş yıl boyunca matematik, müzik ve dini bilgiler öğrenmiş, Samos'a döndükten sonra bir okul oluşturarak öğrendiklerini öğretmeye çalışmıştır. Politik nedenlerle, M.Ö. 518'de Samos'dan ayrılarak, Güney İtalya'ya, Crotone'ye yerleşmiş ve orada yarı mistik, yarı bilimsel, tarikatvari bir okul oluşturmuştur. Bu okulun "matematikoi" denen üst düzey kişileri beraber yaşarlardı ve birbirlerine yeminle bağlıydılar.

Pisagor Okulu. Pisagor okulu sayı kültürü üzerine kuruludur. Onlara göre, her şey sayılara indirgenebilir; sayılar arasında rastlantısal olamayacak kadar mükemmel bir harmoni vardır ve bu harmoni ilahi harmoninin yansımasıdır. O gün için bilinen sayılar 1, 2, 3,... gibi çokluk belirten tam sayılar ve 1/2, 3/4,... gibi parçanın bir bütüne oranını belirten kesirli sayılardır.

Pisagor Teoremi sayesinde irrasyonel (kesirli olmayan) sayıların ortaya çıkması Pisagor ekolünü derin bir krize sokmuştur. İrrasyonel sayıların keşfi matematiğin ilk önemli krizidir.

Pisagor okulunun üyelerinin bir çoğu Cylon isimli bir yobazın yönettiği bir baskın sonucu katledilmişlerdir. Pisagor kurtulmuştur ama birkaç sene sonra o da ölmüştür. Pisagor'un düşünceleri ve Pisagor ekolu, şu veya bu isim altında uzun yıllar yaşamıştır.

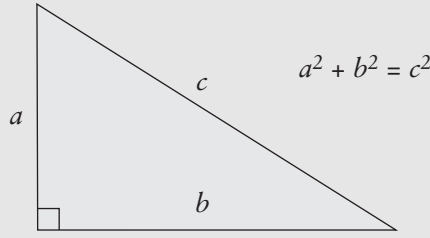
Bu bilgilerden de anlaşılacağı gibi, Yunan matematiğinin temelinde Mısır ve Mezopotamya matematiği vardır.



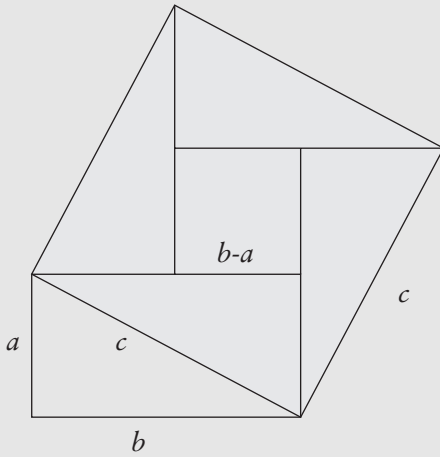
Pisagor

* Koç Üniversitesi Matematik Bölümü öğretim üyesi.

Pisagor Teoremi. Bir diküçgenin dik açısının kenarlarının uzunluklarının karelerinin toplamı öbür kenarın uzunluğunun karesine eşittir. Şekille söylemek gerekirse,



Kanıt. Uzunluğu c olan kenara bir kare inşa edelim.



Yamuk duran karenin bir kenarının uzunluğu c 'dir, demek ki alanı c^2 'dir. Şimdi aynı alanı başka türlü hesaplayacağız.

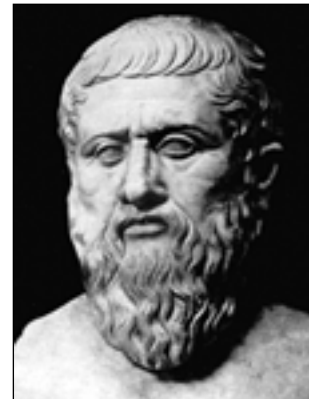
Karede dört üçgen var ve herbirinin alanı ilk üçgenimizin alanına eşit, yani her üçgenin alanı $ab/2$. Yamuk karenin içinde bu dört üçgenen başka, bir de küçük kare var. Bu küçük karenin her kenarı $b - a$ olduğundan alanı $(b - a)^2$ 'dir. Demek ki yamuk karenin alanı aynı zamanda bu alanların toplamına eşittir:

Dört üçgenin alanı	=	$4 \times ab/2$	=	$2ab$
Küçük karenin alanı	=	$(b - a)^2$	=	$b^2 - 2ab + a^2$
Toplam alan	=		=	$a^2 + b^2$

Dolayısıyla $c^2 = a^2 + b^2$ eşitliği geçerlidir. Pisagor teoremini kanıtlandı.

Eflatun ve Akademisi. Şimdi Atina'ya dönelim. Atina'da matematiğin sistematik eğitimi Eflatun'la (Platon, M.Ö. 427-347) başlar. Sokrat'ın öğrencisi olan Eflatun, Sokrat'ın ölümüne mahkûm edilip, zehir içerek ölmesinden sonra, on yıl kadar Mısır, Sicilya ve İtalya'da kalır. Orada, Pisagorculardan matematik öğrenir. Matematiğin doğru düşünme yetisi için ne denli önemli olduğunu anlayan Eflatun, M.Ö. 387'de Atina'ya döndüğünde, bir okul kurar ve okuluna Pers-Yunan savaşların kahramanlarından Akademius'un ismini verir. (Bazı kaynaklara göre de Akademos, Eflatun'un okulunun kurulu olduğu alanın sahibinin ismidir.) Bu, Eflatun'un "akademi"sidir. Akademinin girişinde "her kim ki geometrici değildir, içeriye girmesin" yazılıdır. O tarihlerde, henüz matematik sözcüğü kullanılmamaktadır, "geometri" matematik sözcüğünün yerine kullanılmıştır. Bu okulda felsefe, ge-

ometri, müzik (harmoni teorisi) ve jimnastik ağırlıklı bir eğitim verilmektedir. Geometri doğru düşünmeyi öğrenmenin temel aracı olarak kabul edilmekte ve felsefeyle içice olacak kadar birbirine yakın konular olarak görülmektedir. Eflatun bir araştırma yöneticisi gibi görev yapmakta, öğrencilerine çeşitli geometri soruları vererek, onlardan bu soruları halletmelerini istemektedir. Bu okul M.S. 529'a kadar, 900 yıldan fazla faaliyet gösterecek ve çok sayıda matematikçi yetiştirecektir. Burada yetişen ilk önemli matema-



Eflatun (Platon)

tikçi Öklid (Euclid) (M.Ö. 325-265); son önemli matematikçi Proclus'tur (M.S. 411-485). Bu dönemin matematiği hakkında en önemli kaynak Proclus'un eserleridir. M.Ö. 400-300 yıllarının en önemli matematikçi-bilim adamı, Eflatun'un akademisinde hocalık da yapmış olan Eudoxus'tur. Pisagorcuların sayı kavramını değiştirerek, sayı'yı iki uzunluğun oranı olarak tanımlayan ve bu tanıma uygun bir sayılar aritmetiği geliştirerek, irrasyonel sayıların keşfi sonucu, matematiği içine düşmüş olduğu krizden kurtaran; entegral kavramının temelinde olan "exhaustion" yöntemini geliştiren ve ilk olarak bir evren modeli tasarlayan Eudoxus'tur. "Exhaustion" yöntemi şekli düzgün olmayan, alanı yada hacmi bilinmeyen bir cismin alan veya hacmini, alanı yada hacmi bilinen şekillerle doldurarak o alanı yada hacmi hesaplama yöntemidir.

Büyük İskender ve İmparatorluğu. M.Ö. 335'ten itibaren, Makedonyalı Büyük İskender, 12-13 yıl gibi kısa bir sürede Pers İmparatorluğu'nun tamamını ele geçirir. 322'de Hindistan dönüşü Babil'de ölür. Ölümünden sonra, İskender'in generalleri kanlı bir iktidar mücadelesine girişirler. İmparatorluk üçe bölünür. Afrika'daki topraklar (Mısır ve Libya) general Ptolemaios'a, Asya'daki topraklar general Seleukos'a ve Avrupa'daki topraklar da Antigonos'e düşer. Böylelikle, daha sonra "Yunan kültür bölgeleri" diye adlandırılacak olan Yunan uygarlığının gelişeceği üç bölge ortaya çıkar. Bunlar Yunanistan-Makedonya, Anadolu-Suriye ve Mısır-Libya'dır. Makedonya krallığında Eflatun'un Akademisi, Aristo'nun Lisesi gibi okullar eğitimlerini daha uzun yıllar sürdürürler ama daha çok felsefe ağırlıklı olarak. Anadolu'da tıp ve astronomide Galenos ve Hipparkhos gibi önemli bilginler yetişir. Galen'nin tıp konusunda 500 civarında kitap (papirüs) yazdığı bilinmektedir. Galenos, Hipokrat'ın yaşadığı dönemle İbni Sina'nın zamanı arasında yaşamış en önemli tıp adamıdır.

İskenderiye ve Museum. Matematik açısından en önemli merkez İskenderiye'dir. Ptolemaios, Zeus'un sanat tanrıçaları (esin perileri) olarak bilinen kızlarına verilen "Muse" isminden esinlenerek, İskenderiye'de tarihin en ünlü üniversitelerinden biri



Büyük İskender

olan Museum'u kurar. Burası M.Ö. 312 - M.S. 421 arasında, 700 yıldan fazla bir zaman diliminde bir ileri bilimler merkezi olarak eğitim ve araştırma faaliyetlerini sürdüreceği ve ücretlerin devlet hazinesinden ödendiği, yüzden fazla bilim adamının çeşitli dallarda eğitim verdiği ve araştırma yaptığı bir kurumdur. Zamanla çok zengin bir kütüphane oluşturacaklar, botanik bahçesine ve bir gözlemevine sahip olacaklardır. Yunan kültür bölgelerinden önemli bilim adamları burayı ziyaret edip, burada bir süre kalmışlardır.

Öklid. Museum'da ders veren ilk önemli matematikçi Öklid'dir. Öklid'in yazdığı çok sayıda eser arasında en önemlisi, Öklid'in Elementleri olarak bilinen on üç kitaplık matematik dizisidir. O tarihlerdeki kitap uzunlukları bir papirüslüktür. Bu da bizim ölçülerimizle, 20 ila 50 sayfa arasında bir kitaba karşılık gelmektedir. Bu kitaplarda Öklid o zamanlarda bilinen matematiğinin sistematik bir derlemesini sunar. Bu eserin önemi Öklid'in geometriye yaklaşımında ve konuları sunuşundadır. Öklid, geometride, önce, evrensel geçerliliği olan beş aksiyom verir. Bunlar $A = B$ ve $B = C$ ise $A = C$ gibi sağduyunun kabul edeceği kurallardır. Sonra nokta, doğru, düzlem gibi kavramların ne olduğunu belirten 31 tanım verir. Sonra da Öklid geometrisinin postulatları ola-



Öklid

rak bilinen şu beş postulatı verir.

- 1) İki noktadan bir doğru geçer.
- 2) Bir doğru parçası sınırsız uzatılabilir.
- 3) Bütün dik açılar birbirine eşittir.
- 4) Bir nokta ve bir uzunluk bir çember belirler.
- 5) Bir doğruya onun dışındaki bir noktadan sadece bir paralel çizilir.

Daha sonra, mantıki çıkarım yoluyla, bu postulatlardan çıkarabildiği sonuçları teorem ve önerme olarak mantıksal bir sırada sunar. Bu yaklaşım bugünkü matematiğin ve bilimin temelini oluşturur. Ünlü düşünür Bertrand Russell'a göre, hiçbir eser Batı düşünce sisteminin oluşmasında bu kitap kadar etkili olmamıştır. Elementler tarih boyunca belli başlı bütün dillere çevrilmiş, binden fazla basım yapmış, bütün uygarlıkların okullarında okutulmuş, insanlığın en önemli başyapıtlarından biri olmuştur.

Apollonius.

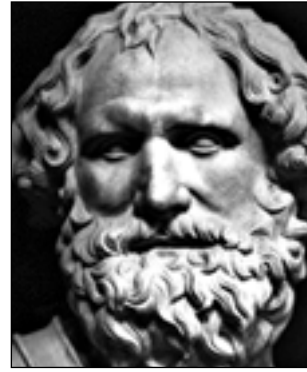
Museum'da yetişen en önemli matematikçilerden biri de Perge'li Apollonius'tur. Antik Çağın, Öklid ve Arşimed'le beraber üç büyük bilim adamından biri olarak kabul edilen Apollonius konik kesitleri üzerine bugün de hayranlık uyandıran sekiz kitaplık mükemmel bir eser bırakmıştır insanlığa. (Sekizinci kitap bugüne kadar bulunamamıştır.)



Apollonius'un kitabından bir sayfa

Arşimed. Bütün zamanların en büyük bilimadamlarından biri olarak kabul edilen Siraküs'lü Arşimed (M.Ö. 287-212) de bir rivayete göre Museum'da yetişmiştir. En azından bir süre burada kaldığı bilinmektedir. Arşimed icat ettiği mekanik aletlerinin yanısıra, Öklid'in geometride yaptığı bir ölçüde mekanikte yapmış, mekaniğin ve hidros-tatiğin temel ilkelerini yasalaştırmaya çalışmıştır. Matematiğe katkıları, silindirik ve küre hakkında çalışmaları; başlangıcı Eudox'a giden, "exhaustion"

yöntemiyle birçok şeklin alanını hesaplamış olmasını sayabiliriz. Bu, bugün matematikte entegral olarak bilinen kavramın başlangıcıdır. Eudox'tan zamanımıza yazılı hiçbir eser kalmamıştır. Bu nedenle, belgeli olarak, bu yöntemin ilk olarak kullanıldığı yer Arşimed'in eserleridir. Arşimed bu yöntemle, bir dairenin içine ve dışına düzgün 96 kenarlı çokgenler çizip, onların alanlarını hesaplayarak, π sayısının $3,10/71$ ile $3,10/70$ arasında bir değeri olduğunu hesaplamıştır, dolayısıyla π 'nin virgülden sonra ilk üç rakamını doğru olarak vermiştir. O zamana kadar π sayısının bilinen değerleri deneysel yolla elde edilen değerlerdi.



Arşimed

Ptolemaios. Museum'da yetişen ve tarihin en önemli astronomlarından biri olarak kabul edilen bir bilimadamı da, Batılıların Ptolemaios, Doğuların Batlamiyüs olarak bildiği Claudius Ptolemy'dir (M.S. 85-165). Batlamiyüs, uzun yıllar süren gözlemlerden sonra, Hipparkhos gibi daha önce yaşamış olan başka astronomların da gözlemlerini de kullanarak, tutarlı bir evren sistemi oluşturmuş; geniş astronomik ölçüm cetvelleri ve bir yıldız kataloğu hazırlamıştır. Batlamiyüs'ün sisteminde dünya merkezdedir; güneş, ay ve diğer gezegenler dünya etrafında çembersel bir yörüngede dönmektedirler. Arapların, "en büyük" anlamına gelen "almagest" dedikleri ve Yunanca ismi "matematica" olan ünlü astronomi kitabı on beş asır boyunca astronomiyle ilgilenen bütün bilimadamlarının başucu kitabı olarak kalmıştır.

Genel Değerlendirme. Bu kısımda anlatmaya çalıştığımız dönemde yaşamış yüzden fazla matematikçinin adı ve bazı çalışmaları zamanımıza gelmiştir. Bu da o dönemdeki bilimsel faaliyetlerin yoğunluğu, devlet ve toplum nezdindeki önemini göstermektedir.

Yunan matematiğini değerlendirecek olursak, temel özellikleri şunlardır. a) Yunanlılarla, matematik zanaat düzeyinden sanat düzeyine geçmiştir. Matematikte, günlük hayatta işe yararlılık değil,

derinlik ve estetik ön plandadır. b) Yunan matematiği bugünkü anlamda moderndir; bugün biz nasıl matematik yapıyorsak, o zaman da öyle yapıyorlardı. Zaman içinde ispat anlayış ve standartları değişmektedir; ama Öklid'in verdiği ispatlar, bugün de büyük ölçüde geçerlidir.

Bu Dönemin Sonu. Bu dönemi sona erdiren iki önemli etmen Roma'nın yükselişi ve Hıristiyanlığın Roma İmparatorluğu'nun resmi dini oluşudur. M.Ö. 150'den itibaren Roma İmparatorluğu genişlemeye başlamıştır. M.Ö. 30'lu yıllara gelindiğinde her üç Yunan kültür bölgesi de artık Romalıların hükmü altındadır. Her ne kadar idari ve askeri olarak Romalılar Yunan kültür bölgelerine hakim iseler de, kültürel olarak Roma İmparatorluğu bir Yunan kolonisidir; az çok, Yavuz Sultan Selim'den sonra, Osmanlıların Arap dünyasına hükmetmelerine karşın, kültürel açıdan bir Arap kolonisi durumunda oldukları gibi. Bu nedenle, Romalılar Yunan kültür kurumlarının (Eflatun'un Akademisi, Bergama Okulu, Museum gibi) faaliyetlerine devam etmelerine izin vermişlerdir. İskenderiye'nin alınışı sırasında İskenderiye kütüphanesi yanmıştır ama Bergama kütüphanesinden gönderilen 200.000 kitapla İskenderiye kütüphanesi tekrar oluşturulmuştur. Romalılar Museum'daki bilimadamların maaşlarını devlet hazinesinden karşılamayı sürdürmüşlerdir. Ne var ki, ekonomik durumun kötüleşmesi eğitim kurumlarını da etkileyecektir. Bu kurumlara en büyük darbeyi vuran Hıristiyanlık olmuştur. Hıristiyanlık ilk 300 yıl yasaklı olduğu için yer altında gelişmiştir. Bu dönemde Hıristiyanlık çok hoşgörülü ve bir eşitlik diniydi. Bu nedenle geniş bir taraftar kitlesi bulabilmiştir. M.S. 300'e gelindiğinde, Hıristiyanlığın gelişmesinin önlenemeyeceğini anlayan Roma imparatoru I. Constantine 313'de Hıristiyanlığın üzerindeki yasağı kaldırmış, Roma'dan ayrılarak, Roma İmparatorluğu'nun başkentini İstanbul'a (Constantinople) taşımıştır. 380'lerde, Hıristiyanlık Roma İmparatorluğu'nun resmi dini olmuştur. Bu tarihten itibaren, Kilise yavaş yavaş sosyal ve eğitim hayatına hakim olmaya, Hıristiyan öğretisinin dışında hiçbir öğretiye hoş bakmamaya başlamıştır. 390'de Kiril (Cyril) isimli bir papazın İskenderiye kütüphanesini ateşe vermesiyle başlayan girişim, Museum'da çalış-

şan bilim insanlarına saldırılarla devam etmiştir. 421'de, Museum'da ders veren ve tarihin ilk kadın matematikçisi olarak bilinen Hypatia yobaz Hıristiyanlar tarafından linç edilerek öldürülmüştür. Bu olaydan sonra Museum kapanmış ve Hypatia 641'de Müslümanların Mısır'ı fethi sırasında da tamamen yanmıştır. Okulun kapanmasından sonra, Museum'da çalışan bilimadamları kitaplarını alarak, Sasanilerin egmen oldukları Güneydoğu Anadolu (Harran, Urfa) ve Mezopotamya içlerine, Cundişapur'a (şimdiki Beth-Lapat), göçmüşlerdir. 529'da da Bizans imparatoru Jüstinyen Atina'daki Eflatun'un akademisini kapatmıştır. Bu tarih Yunan kültürünün egemen olduğu bir dönemin bitişi, karanlık çağın başlangıcıdır. Akademi'nin kapanmasından sonra orada çalışan bilim insanlarının bir kısmı da doğuya göçmüşlerdir. Doğuya göçen bu bilim adamları, Yunan kültürüne aşina olan ortamlarda, özellikle Nestorien-Süryani toplumlarda daha uzun yıllar öğretilerini sürdürmeye, bilim meşalesini söndürmemeye çalışacaklardır. İslam biliminin temelinde bu insanların emeği, onların yaptıkları çeviriler vardır. Böylelikle bundan sonraki döneme, Müslümanların hakim olduğu döneme gelmiş bulunuyoruz. ♥



Yunanlılar alfabelerinin harflerini rakam olarak kullanmışlardır. Bu sistemde sayıların yazılımları Romen rakamlarının yazılımlarına benzer ama daha gelişmiş bir sistemdir. Yunan matematiği büyük ölçüde geometri olarak geliştiği için Yunanlılar çok yetkin bir rakam sistemine ihtiyaç duymamışlardır.