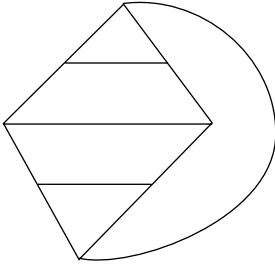


Tek Hamlede Çizilen Çizgeler

Aşağıdaki çizmeyi elimizi kâğıttan en fazla iki kez kaldırarak (yani en fazla üç çizimde, yani üç hamlede) ve aynı kenardan iki kez geçmeyerek çizebilir misiniz? Çizebilirseniz nasıl çizersiniz, çizemezseniz neden çizemezsiniz?

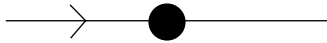


Bu sorunun yanıtı olumsuzdur. Yandaki çizme el kâğıttan en fazla iki kez kaldırılarak ve iki kez aynı kenarın üstünden geçmeyerek (ama iki kez aynı noktadan geçmeye hakkımız

var) çizilemez. Bunu kanıtlayalım.

Çizgede sekiz nokta var. Ve her noktaya üçer kenar değişiyor; daha matematiksel deyişle her noktanın derecesi 3. Bunu aklımızda tutalım, birzandan gerekecek. Daha doğrusu, noktaların derecelerinin tek sayı oldukları gerekecek.

Çizimin ortasında olduğumuzu varsayalım. Bir noktaya doğru ilerliyoruz... O noktaya ulaştık... Şimdi o noktadan çıkmamız gerekiyor. Demek ki, çizimin ortasında geçtiğimiz her noktaya 2 derece kazandırırız: o noktaya ulaştığımızda ve o noktadan uzaklaştığımızda.



Öte yandan çizime başladığımız ve çizimi bitirdiğimiz noktalara yalnızca 1 derece kazandırırız.

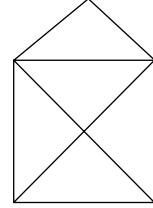
Demek ki hiç elimizi kaldırmazsak, elde ettiğimiz çizimin noktalarının en fazla ikisi dışında hepsinin derecesi çift olmak zorundadır.

Sonuç olarak elimizi en fazla iki kez kaldırarak (yani en fazla üç çizimde) çizebileceğimiz çizgelerin noktalarının en fazla altısının derecesi tek olabilir. Oysa, sorumuzdaki çizgede derecesi tek olan tam sekiz nokta var, dolayısıyla o çizge üç çizimde çizilemez.

Aslında tek çizimde, elimizi kaldırmadan çizebileceğimiz çizgelerin tek dereceli noktası ya hiç olmaz ya da sadece iki tane olabilir; eğer çizimi baş-

ladığımız yerde bitiriyorsak her nokta çift dereceli olmalı, eğer çizimi başladığımız yerde bitirmiyorsak sadece iki noktanın derecesi tek olabilir: çizime başladığımız ve çizimi bitirdiğimiz nokta.

Yandaki çizmeyi, hemen hemen her ilkokul öğrencisinin bildiği üzere, elimizi hiç kaldırmadan çizebiliriz. Nitekim bu çizgede derecesi tek olan iki nokta vardır, en alttaki iki nokta. Bundan da çizime bu noktalardan birinden başlayıp diğerinde bitirmemiz gerektiği anlaşılır.



Soru: Hangi çizmeleri elimizi kaldırmadan tek hamlede çizebiliriz?

Eğer çizge tekparça değilse, yani birbiriyle bağlantısı olmayan birkaç (birden fazla) altçizgeden oluşuyorsa, örneğin çizgede başka hiçbir noktaya bağlanmamış bir nokta varsa, çizge elbette tek bir hamlede çizilemez. Yukardaki soruyu “tekparça” olan çizgeler için sormalıyız.

Demek ki, iki kez aynı kenardan geçmeyecek biçimde tek hamlede çizilen çizgeler tekparça olmalı ve bu çizgelerin tek dereceli nokta sayısı ya 0 ya da 2 olmalı. Eğer yolculuk başladığımız noktada sona eriyorsa, o zaman her noktanın derecesi çift olmalı. Eğer yolculuk başladığımız noktada sona ermiyorsa, o zaman yolculuğun başladığı ve sona erdiği noktaların dereceleri tek olmalı, diğer noktaların dereceleri çift olmalı.

Bunun tersi doğru mu?

Yeni Soru: Tek dereceli nokta sayısının 0 ya da 2 olduğu tekparça çizgeleri tek hamlede (el kaldırmadan) her kenardan sadece bir kez geçilerek çizilebilir mi?

Yanıt “evet”tir. Bunu bir sonraki Euler Turu yazısında göreceğiz.

Yukarda söylediklerimizin hepsi, iki nokta arasında birden fazla kenarın olduğu ya da bir noktadan gene aynı noktaya giden tekdöngülerin olduğu çizgeler için de geçerlidir. ♦