Antalya Matematik Olimpiyatları

Birinci Seçme Sınavı Soruları

Sekizinci Antalya Matematik Olimpiyatları'nın ilk aşama sınavı 29 Mart'ta yapıldı. 1996'da yalnızca Antalya bölgesi okullarının katılımıyla yapılan Antalya Matematik Olimpiyatları, yurdumuzun değişik okullarından gelen ilgi ve istek üzerine, sonraki yıllarda ulusal çapta düzenlenmeye başlamıştır. Antalya Matematik Olimpiyatları'nın organizasyon kısmını Akdeniz Üniversitesi Sağlık, Kültür ve Spor Dairesi Başkanlığı'yla bu daireye bağlı Matematik Kulübü, soruların hazırlanma ve değerlendirilme kısmını ise Akdeniz Üniversitesi Matematik Bölümü gerçekleştirmektedir. Bu yılki Olimpiyat, 8 Ocak 2003'te aramızdan ayrılan Akdeniz Üniversitesi Matematik Bölümü'nün değerli hocası Prof. Dr. Doğan Çoker anısına düzenlendi. Lise 1 ve 2. sınıf öğrencilerinden yaklaşık 700 öğrencinin katıldığı bu yılki ilk aşama sınavında öğrencilere toplam 20 soru sorulmuştur. Aşağıda, söz konusu sınav sorularını veriyoruz. Bir sonraki sayımızda yanıtları vereceğiz.

Soru 1. *Matematik Olimpiyatlarına hazırlanan İlke, şöyle bir program uyguluyor: Her gün en fazla 10 problem çözebilen İlke, 7'den fazla problem çözdüğü günden hemen sonraki iki günde en fazla 5'er problem çözüyor. Bu programı titizlikle uygulayan İlke, 29 günde en fazla kaç problem çözebilir?*

A) 206 B) 207 C) 204 D) 203 E) 202

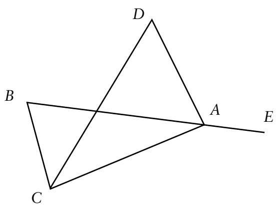
Soru 2. *x ve y reel sayıları*

$$x + x/y + y = 8$$

$$x \times \frac{x+y}{y} = 15$$

denklemler sistemini sağlıyorsa, x+y toplamının alabileceği en küçük değer nedir?

A) 2 B) 3 C) $\sqrt{8}$ D) 5 E) $\sqrt{15}$



Soru 3. *Yandaki şekilde E, A ve B noktaları doğrusal olup, AB = AC, DA = DC ve m(EAC) + m(ADC) = 220° dir. Bu durumda DCB açısı kaç derecedir?*

A) 10° B) 15° C) 20° D) 25° E) 30°

Soru 4. *a doğal sayısı* dört *ayrı asal sayının çarpımının karesi olsun. k ve n, a'nın k|n koşulunu sağlayan pozitif bölenleri olmak üzere, (k, n) ikilileri kaç tanedir? (1 ve a sayıları da a'nın bölenleridir; k|n gösterimi "k, n'yi böler" anlamındadır.)*

A) 3^6 B) 4^5 C) 5^4 D) 4^6 E) 6^4

Soru 5. {1, 2, 3, 4, ..., 20, 21, 22} *kümesinden en az kaç eleman atılmalı ki, geriye kalan sayıların çarpımı bir tamkare olsun?*

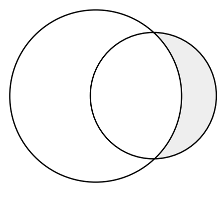
A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

Soru 6. *$x + y + z \leq a$ eşitsizliğini sağlayan her pozitif gerçel x, y, z sayıları için $xyz \leq a$ eşitsizliği de sağlanıyorsa, a gerçel sayısına "iyi sayı" diyelim. En büyük "iyi sayının" karesi aşağıdakilerden hangisidir?*

A) 24 B) 25 C) 26 D) 27 E) 28

Soru 7. *$y \leq z$ olmak üzere, $x^y + x^z = x^{111t}$ denkleminin pozitif tamsayılarda çözümünün var olduğu biliniyorsa, aşağıdakilerden hangisi sağlanmalıdır?*

A) $y + z = 111t$ B) $111t = y + 1$ C) $x \geq 111t$ D) t bir tek sayıdır E) Hiçbiri



Soru 8. *Şekildeki küçük çemberin yarıçapı $\sqrt{5}$, büyük çemberin yarıçapı da $\sqrt{10}$'dur. Küçük çember, büyük çemberin merkezinden geçiyorsa, taralı bölgenin alanı nedir?*

A) $2\sqrt{5}$ B) $5\pi/2 - \sqrt{10}$ C) $5\sqrt{2}$ D) 5 E) $5\pi - 10$

Soru 9. *Şekilde, üç satırı ve yirmi sütunu olan bir tablonun bir parçası gösterilmiştir. Birinci satırda 1'den 20'ye kadar, ikinci satırda 21'den 40'a kadar ve üçüncü satırda da 41'den 60'a kadar doğal sayılar sırayla yazılmıştır. Şekilde gördüğünüz x, y ve z sayılarının üçü de Ayşe'nin yaşına bölünü-*

				x			
		y					
						z	

yorsa, Ayşe'nin yaşı aşağıdakilerden hangisidir?
A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 10

Soru 10. $p(x)$ *ve* $q(x)$, *başkatsayıları* 2003 *olan ikinci dereceden farklı iki polinomdur.* $p(3) + p(5) + p(10) = q(3) + q(5) + q(10)$ *ise,* $p(x) = q(x)$ *eşitliğini sağlayan x sayısı aşağıdakilerden hangisidir?*
A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 10

Soru 11. $1 + 3 + 5 + \ldots + 97 + 99$ *ifadesinde en az kaç* "+" *işareti* "–" *işaretiyle değiştirilmelidir ki, sonuç* 700'*e eşit olsun?*
A) 9 B) 11 C) 8 D) 7 E) 10

Soru 12. *Kenar uzunlukları,* $AB = 3$, $BC = 4$ *ve* $AC = 5$ *olan ABC üçgeninin BC kenarı üzerinde M ve AC kenarı üzerinde N noktaları alınmıştır. MN parçası ABC üçgeninin alanını yarıya bölüyorsa, MN parçasının uzunluğu en az kaç olabilir?*
A) $3\sqrt{2}/2$ B) 1 C) 2 D) 3/2 E) $\sqrt{2}$

Soru 13. $x > 0$, $y > 0$, $z > 0$ *olmak üzere,*

$$\frac{xz + zy}{x^2 + y^2 + 18z^2}$$

ifadesinin alabileceği en büyük değer nedir?
A) $\sqrt{18}/27$ B) 1/3 C) $1/\sqrt{3}$ D) 1/10 E) 1/6

Soru 14. $n + 1$ *ve* $16n + 1$ *ifadelerinin ikisini de tamkare yapan* $n \geq 1$ *tamsayılarının sayısı kaçtır?*
A) 1 B) 2 C) 3 D) 3'ten çok, ama sonlu çoklukta E) Sonsuz çoklukta

Soru 15. $a_1 = 1$ *ve p bir asal sayı olmak üzere, her* $n \geq 2$ *için* a_n *dizisi* $a_n = a_{n-1} + p^{n-1}$ *şeklinde tanımlansın.* $a_{2003} - a_{1998}$ *sayısının bir tamkare olması için p kaç olmalıdır?*
A) 2 B) 3 C) 5 D) 7 E) 11

Soru 16.

$$\frac{3n + 11 + 13}{11}, \frac{3n + 12 + 14}{12}, \ldots, \frac{3n + 55 + 57}{55}$$

kesirlerinin hiçbiri sadeleşmeyecek biçimde alınmış n doğal sayılarının en küçüğünün rakamlarının toplamı aşağıdakilerden hangisidir?
A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

Soru 17. $2002^2 \leq n \leq 2003^2$ *eşitsizliğini sağlayan kaç n doğal sayısı için* $[\sqrt{n}]$ *sayısı n'yi böler? (Burada, [ ] tamdeğer fonksiyonudur.)*
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) $[\sqrt{2002}]$

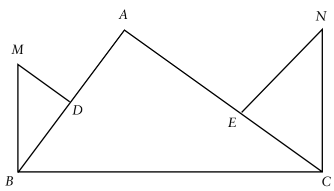
Soru 18. *ABC dik üçgeninin AB ve BC dik kenarları üzerinde D ve E noktaları,* $m(BAE) = 30°$ *ve* $m(BDC) = 45°$ *olacak biçimde alınmıştır.* $AE = \sqrt{3}$ *ve* $CD = \sqrt{2}$ *ise, AE ve CD'nin kesişim noktasıyla AB parçası arasındaki uzaklığı bulunuz.*

A) $\dfrac{1}{2(\sqrt{3}-1)}$ B) $\dfrac{1}{2\sqrt{3}}$ C) $\dfrac{1}{3\sqrt{2}}$ D) $\sqrt{2} - 1$

E) $\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}$

Soru 19. $\dfrac{17x - 5}{6}$ *ve* $\dfrac{14x + 5}{9}$ *sayılarının ikisi de tamsayı olacak biçimde kaç x tamsayısı vardır?*
A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) Sonsuz çoklukta

Soru 20. *Şekilde* $m(ABC) = 80°$, $m(ACB) = 55°$ *ve* $BC = 3$'*tür. D, AB'nin ve E de AC'nin orta noktaları olmak üzere,* $MD \perp AB$, $MB \perp BC$, $NE \perp AC$, $NC \perp BC$'*dir.* $MB \times NC$ *sayısı aşağıdakilerden hangisidir?*



A) 4 B) 6 C) $3\sqrt{2}$ D) 4sin(80°)sin(55°) E) 4,5

♦