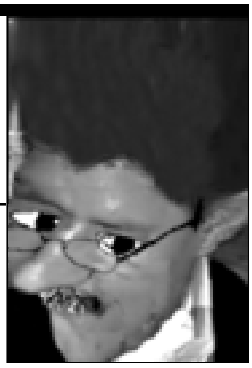
# İnternet Dünyası



Vebi Derya

**Matematik Dosyası Sitesi**
www.matematikdosyasi.com
Hazırlayan Ayhan Dalgıç

Her ne kadar daha önce ziyaret ettiğimiz sitelerin içinde en iyisiyse de çok eksiği var. Her şeyden önce ve en önemlisi derinlik eksik. Bu yüzden başlığındaki "Türkiye'nin Matematik Sitesi" unvanına yakışmamış. Sitenin biraz daha derlenip toparlanması, derinleşmesi gerekiyor.

Her yerde olan basma kalıp konular burada da işlenmiş. Sitede özgün bir şey bulmak güç.

Ama hiç olmazsa matematiksel hata yok, en azından biz göremedik. Türkçesi de düzgün. Ayrıca zengince bir site. Kırka yakın matematikçinin yaşamöyküsü var örneğin. Fena değiller. Fotoğraflar daha bol olabilir belki, internet'ten yüzlerce fotoğraf bulunabilir. En azından tıklayınca açılan fotoğraflar olsa fena olmaz. Tarih bölümü de fena değil. Daha da iyileşecek herhalde. Türklerde ve İslamda Matematik biraz fazla abartılmış. Bu benim şahsi kanaatim. Batı matematiği daha fazla işlenince belki de bu kusur kendiliğinden yok olur.

Altın Oran konusunda şöyle yazılmış: *Günümüzde birçok yerde karşımıza çıkan altın orana göz nizamının oranı diyebiliriz. Çoğu zaman doğayı gözlemlediğimizde bu oranın varlığını görebiliriz. Mesela ideal insanın ölçülerine göre boy uzunluğunun göbekten ayak uçlarına olan uzunluğa oranı, göbekten ayak uçlarına olan uzunluğun göbekten başucuna olan uzunluğa olan oranına eşit.* Bu gibi "ideal insan" tanımları son derece tehlikeli ve bilimsellikten uzaktır, "üstün ırk" gibi faşizan düşüncelere kadar götürebilir insanı. Aslında yazar da bunun biraz farkında ki ardından şöyle devam etmiş: *İdeal insanın boyu x birim olsun. Göbeğinden ayak ucuna olan uzaklık da y birim olsun. Bu durumda göbeğinden başucuna olan uzaklık da x – y birim olacak.* ***İddiaya göre*** *ideal insandaki ölçüler şu denklemi sağlamalı: $x/y = y/(x - y)$.* ***İdeal insanda sağlanması istenen*** *bu orana yani $x/y$ oranına altın oran denir.* Koyu puntolarla alıntıladığımız sözlerden de anlaşıldığına göre yazar da bu iddiaları pek ciddiye almıyor. Ama bunu daha da vurgulayabilirdi. Böyle bir iddianın ne kadar gülünç olduğunu alay ederek söyleyebilirdi. Kim iddia ediyor? Kim bu kendini ve benim oranımı bilmez? Hangi hakla "ideal insan" kavramını ağzına alabiliyor? Onunkisi altın da, benimkisi teneke mi? Leonardo mu yoksa?

Gene aynı bölümde şu örnek verilmiş: *Çam kozalağındaki taneler kozalağın altındaki sabit bir noktadan kozalağın tepesindeki başka bir sabit noktaya doğru spiraller (eğriler) oluşturarak çıkarlar. İşte bu eğrinin eğrilik açısı altın orandır.* Eğrinin eğrilik açısı ne demektir? Her ne demekse, eğrinin eğrilik açısını bilen altın oranı da biliyordur. Altın oranı bilmeyen "eğrinin eğrilik açısı"nı da bilmiyordur.

Bir başka örnek: *Verilen n tane dirençten maksimum verim elde etmek için bir paralel bağlama yapılması gerekir. Bu durumda Eşdeğer Direnç altın orana eşittir.* Bunu anlamadım. Fiziğim hiçbir zaman iyi olmadı. Ama herhalde Einstein değil, benim gibi insanlar girecek bu siteye.

Bunlar önemli ayrıntılar, bunlara dikkat edilmesi gerekir. Her şeyden önce bu bilgileri kimin okuyacağının sürekli göz önünde tutulması gerekir. Bu bölüme daha çok bir lise öğrencisi girecektir elbet, hiç kuşku yok. O zaman gereken yapılmalı.

Oldukça uzun sayılan Boole Cebiri bölümünde Boole cebirinin tanımı verilmemiş. Ve bu bölümdeki bilgiler "Théma Larousse"tan alınmış. Başka kitap mı bulamadın Ayhan Dalgıç? "Türkiye'nin matematik sitesi" matematiği popüler ansiklopedilerden mi öğretecek?

"Halka" bölümünde tek bir yanlış yok. Ama çok kuru, çok yüzeysel. Yeterince örnek verilmemiş. Ben bir örnek fısıldayayım: $\mathbb{Z}[i]$, $\mathbb{Z}[\sqrt{2}]$ gibi halkaların indirgenmezleri, asalları, birimleri bulunsun. Bir de "kalan sınıflar halkası" $R/I$'nin tanımı açık açık verilmemiş. Bu halkanın öğelerini $R$'nin $a + I$ altkümeleridir. Belirtilmesinde yarar vardır.

Eğer ansiklopedi yazmıyorsanız, hiçbir zaman, ama hiçbir zaman tanım sayısı teorem ve örnek sayısını aşmamalı.

Java uygulamaları çok sıradan. Bu dergide bir bilgisayar bölümü var. Bu sayıda hızlı bir sıralama algoritması anlatılıyor. Ne biliim ben... Hah buldum! $\mathbb{Z}[x]$'te verilen bir polinomu indirgenemezlerine ayıran bir program bulun!

Dergimiz tanıtılmış. Teşekkürler. Dergilerin bir de web sayfası konulursa yararlı olur.

Çok önemli bulduğum ve oldukça zengin bir forum var. Hatta her zevke, ilgiye ve düzeye göre birkaç değişik forum var. "Akademik forum"a girdim. Sorulara baktım. Bundan sonra siteyle değil sorularla ilgileneceğim.

Biri üçüncü ve dördüncü denklemlerin çözümünü sormuş. Üçüncü dereceden denklemlerin çözümü verilmiş, ama dördüncü dereceden denklemlerin çözümünü kimse verememiş. Kolay değildir nitekim. Bu sayıda bulacaksınız bu çözümleri (sayfa 73-75).

**Hermite sormuş:** $P(x) = x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$ *olsun.* $P(x^{12})$ *polinomunun* $P(x)$ *polinomuyla bölümünden kalan nedir?*

**Republican2003 yanıtlamış:** *$P(x)$ polinomunun kökü –1'dir. $P(x^{12})$ için tüm terimlerin üsleri çift olacağından yanıt 6'dır...*

Yanıt doğru ama gerekçe yanlış. Yanıtın doğru olması da beni zerre kadar ilgilendirmiyor! Bana ne bir polinom bir başkasına bölündüğünde ne kalacağından! Umurumda bile değil! Beni kanıt ilgilendiriyor kanıt! Kanıtlayalım.

Önce $P(x^{12}) = x^{60} + x^{48} + x^{36} + x^{24} + x^{12} + 1$ eşitliğine dikkatinizi çekerim. Bölmeyi yaptığımızı varsayıp yazalım: $P(x^{12}) = P(x)Q(x) + R(x)$ ve $R(x)$'in derecesi $P(x)$'in derecesinden yani 5'ten küçük, en fazla 4; bu önemli olacak birazdan. Şimdi modülo $x^6 - 1$ hesaplayalım, yani bir anlamda, bu eşitlikte $x^6 = 1$ yapalım. Sol taraf $P(1)$'e yani 6'ya eşit. Demek ki,

$$6 \equiv P(x)Q(x) + R(x) \bmod (x^6 - 1)$$

Şimdi her iki tarafı da $x - 1$ ile çarpalım.

$$(x - 1)P(x) = x^6 - 1 \equiv 0$$

olduğundan,

$$6(x - 1) \equiv (x - 1)R(x) \bmod (x^6 - 1)$$

buluruz. Demek ki altıncı dereceden olan $x^6 - 1$ polinomu en fazla beşinci dereceden olan $6(x - 1) - (x - 1)R(x)$ polinomunu bölüyor, yani $6(x - 1) - (x - 1)R(x) = 0$ olmalı. Sadeleştirince $R(x) = 6$ bulunur.

Republican2003'ün bulduğu $R(-1) = 6$, ki doğru, ve şans bu ya, bu da $R(x)$'e eşit!

Peki Hermite nasıl bu yanıta "tebrikler" diyebilmiş?

**Hermite'in bir başka sorusu:** $x^2 - x + a$ *polinomunun* $x^{13} + x + 90$ *polinomunu bölebilmesi için* $a$ *ne olmalıdır?*

**Goldbach yanıtlamış:** $a = 2$.

**Hermite Yazmış:** *Doğru. Çözümü de yollarsan çok iyi olur.*

Yanıt doğru. Bütün gecemi verdim, yanıtın doğruluğunu kontrol ettim! Benim gibi yaşlı başlı bir adamı gece vakti uğraştırıyorsunuz!.. $x^{13} + x + 90$ polinomunu modülo $x^2 - x + a$ hesaplayıp sonucun 0 çıkması için $a$'nın sağlaması gereken gerek ve yeter koşulları buldum. İşte o koşullar:

$$a(a-1)(3a-1)(1-6a+9a^2-2a^3) = 90 \text{ ve}$$

$$90 + a - a^2(a-1)^2(3a-1)^2 + a^3(1-3a+a^2)^2 = 0.$$

Kolayca görüleceği üzere $a = 2$ denklemleri sağlıyor. Başka çözüm var mı? Bilmiyorum. Halkasına göre değişir elbet. Bir şey denmediğine göre soru $\mathbb{Z}$ ya da $\mathbb{R}$ halkası için sorulmuş olmalı. Belki benden daha akıllı bir okur $\mathbb{N}$'deki tüm çözümleri bulur.

Eğer $\mathbb{Z}$'de çalışıyorsak, başka bir şey daha yapılabilir. Modülo $x^2 - x + a$ yerine modülo $x^2 - x$ hesaplayalım. Tam bölümü varsayıp $x^{13} + x + 90 = (x^2 - x + a)q(x)$ yazalım. $q(x) = q_0 + q_1x + ... + q_{11}x^{11}$ olsun. Şimdi $x^{13} + x + 90 = (x^2 - x + a)q(x)$ eşitliğini modülo $x^2 - x$ hesaplayalım (yani $x^2 = x$ yapalım): $2x + 90 \equiv aq(x) \equiv a(q_0 + (q_1 + ... + q_{11})x)$. Demek ki ikinci dereceden olan $x^2 - x$ polinomu, birinci dereceden olan $2x + 90 - a(q_0 + (q_1 + ... + q_{11})x)$ polinomunu bölüyor. Demek ki $90 = aq_0$ ve ($\mathbb{Z}$'de çalıştığımızdan, yoksa yanlış) $a$, 90'ı bölüyor. Gerisini getiremedim...

Şimdiii... Hermite yanıtın doğru olduğunu söylüyor. Ama çözümü de istiyor. Yanıtın doğru olduğunu çözümü bilmeden nasıl anladı? Çok merak ettim. Ya Goldbach niye çözümü yazmamış?

Ayhan Dalgıç Ege Üniversitesi'nde Uygulamalı Matematik okuyor, üçüncü sınıf öğrencisi. Her ne kadar profesyonel bir matematikçiymişçesine acımasızca eleştirmişsek de, böyle bir site kurduğu ve düzenli emek verdiği için kendisini kutlarız. Eleştirilerimiz umarız dikkate alınır ve site gerçekten "Türkiye'nin matematik sitesi" olur. ♣