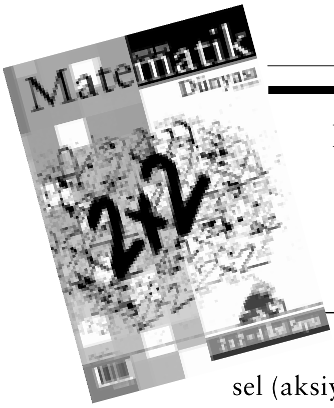

Kapak Konusu: 2 × 2 = 4

Ernst Zermelo
(1871-1953)

Alman matematikçi. Belitsel (aksiyomatik) kümeler kuramının en önemli kurucularından biridir. Babası üniversitede öğretim üyesi olduğundan, akademik kariyere yönelmesi ailesi tarafından teşvik edilmiştir. Üniversitede matematik, fizik ve felsefe okumuştur.

Akademik yaşamına analizle başlamış, uygulamalı matematiğe ve fiziğe yönelmiş, daha sonra o zamanlar matematiğin hiç kuşkusuz en önemli merkezi olan Göttingen'e geçince, Hilbert'in etkisiyle kümeler kuramına ilgi duymuş ve 1904'te her kümenin iyi sıralanacağını kanıtlamıştır, yani herhangi bir X kümesinde öyle bir < ikili ilişkisi vardır ki,

(i) X'in herhangi iki x ve y öğesi karşılaştırılabilir, yani ya $x < y$ ya $x = y$ ya da $y < x$.

(ii) Eğer $x, y, z \in X$ ise ve $x < y$ ve $y < z$ ise, o zaman $x < z$.

(iii) X'in boş olmayan herhangi bir altkümesinin < ilişkisi için bir en küçük öğesi vardır.

Aslında Hilbert daha çok Cantor'un şu sorusuyla ilgileniyordu: Ne doğal sayılar kümesi $\mathbb{N}$'yle ne de gerçel sayılar kümesi $\mathbb{R}$'yle arasında eşleşme olan sonsuz bir gerçel sayı kümesi var mıdır? Hilbert bu soruyu o kadar önemli buluyordu ki, 1900'de Paris'te yaptığı ünlü konuşmada, bu soruyu sorular listesinin en başına almıştı. Bu soruya yaklaşabilmek için de, daha kolay bir soru olarak addettiği, Zermelo'ya yukardaki soruyu sormuştu. Hilbert haklıydı, Cantor'un sorusu çok daha zordur. Kurt Gödel 1940'ta Cantor'un sorusunun olumsuz yanıtı olduğunu varsaymanın (eğer matematik çelişkisizse) matematiği ayrıca çelişkiye götürmeyeceğini kanıtladı. 1963'te Paul Cohen, Cantor'un sorusunun olumlu yanıtı olduğunu varsaymanın da matematiği çelişkiye götürmeyeceğini kanıtladı. Dolayısıyla Cantor'un sorusu ne olumlu ne de olumsuz olarak kanıtlanamaz; kümeler kuramının kimi evreninde (modelinde) doğrudur, kimindeyse yanlıştır.

Zermelo'nun kanıtının bugün Seçim Beliti (MD-I, sayfa 30) diye adlandırılan bir belite dayanması matematik dünyasında hiç hoş karşılanmadı. 1908'de yoğun eleştirilere yanıt olarak aynı teoremin bir başka kanıtını yayımladığı makalesinde Zermelo, hem kanıtını daha kabul edilir bir biçimde sunuyor hem de başkalarının da farkına varmadan Seçim Beliti'ni kullandığını gösteriyordu.

Russell'ın paradoksuna benzer paradoksları bulmasıyla, kümeler kuramını belitsel olarak inşa etmek istedi. Uzun uğraşlarına karşın bulduğu sistemin çelişkisiz olduğunu kanıtlayamadı (bunu kanıtlamanın imkânsız olduğunu bugün Gödel sayesinde biliyoruz), gene de bulgularını 1908'de yayımladı. Zermelo'nun belitleri, bugün kabul edilen kümeler kuramı belitlerinin çoğunluğunu teşkil eder. Skolem ve Fraenkel 1922'de bu belitlere ek yaparak bugün matematikçilerin çoğunluğu tarafından kabul edilen kümeler kuramını kurmuşlardır.

Zermelo 1935'te Hitler rejimine tepki olarak akademik yaşamdan çekilmiştir. Savaştan sonra tekrar profesörlüğe getirilmesini istemiş ve kendisine 1946'da onursal profesör unvanı verilmiştir. ♣

Zermelo, Skolem ve Fraenkel'in belit sisteminde (ZFC'de) sonsuz sayıda belit vardır. Montague 1961'de bu sistemin sonlu sayıda belite indirgenemeyeceğini kanıtlamıştır. Gödel, Bernays ve von Neumann'ın bulduğu belit sistemi (GB) sonludur ve her iki sistemde de kümelerle ilgili aynı sonuçların kanıtlanacağı biliniyor. Ancak GB siteminde küme olmayan sınıflardan da söz edildiğinden, sonlu olmasına karşın, bir anlamda GB sistemi ZFC'den daha karmaşıktır diyebiliriz. Bir başka deyişle, ZFC sisteminin dili $\forall$, $\vee$, = gibi standard matematik simgeleri dışında sadece $\in$ simgesini kulanırken, GB sistemi $\in$ simgesi dışında, küme olmayan topluluklardan sözedebilmek için ikinci bir simge daha kullanmaktadır.