

# Eğitim Köşesi

Süheyla Elmas\* ve Seyfullah Hızarcı\*\*  
 suheylaelmas@mynet.com - seyfullahhizarci@mynet.com

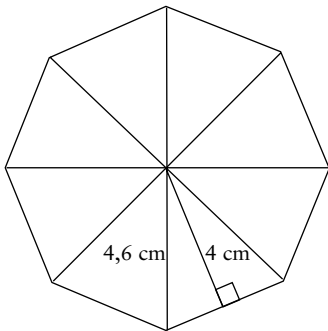


## Soru Sorma Sanatı mı Kafa Karıştıрма Sanatı mı?

Satranç problemleri iki türlü olurlar: Gerçekten oynanmış oyunlardan alınan pozisyonlar ve meraklıların evde hazırladıkları problemler. İkinci tür problemlerdeki pozisyonlar ender olarak gerçek bir oyunda belirebilirler. Pozisyon tamamıyla uyduruktur. Örneğin beş fil ya da iki beyaz şah olabilir. Uydurma problemlerde önemli olan pozisyonun gerçekleşebilir olması değil, problemin ve çözümünün güzelliğidir. Sadelik, sürpriz, mizah gibi her güzellikte aranan öğeler dışında, evde hazırlanan problemlerin şu özelliği olmalıdır: Pozisyonda beliren her askerin bir işlevi olmalıdır, hiçbir şey gereksiz olmamalıdır; bir piyon kaldırıldığında ya da piyonun yerini değiştirildiğinde problem problem olmaktan çıkmalıdır.

Matematik problemleri de iki türlü olur: Araştırmacı matematikçilerin araştırmalarında karşılaştıkları problemler ve hocaların evde öğrenciler için hazırladıkları problemler. Hocaların evde öğrenciler için hazırladıkları problemlerde de yukardaki koşul geçerli olmalıdır: Problem gereksiz bilgi içermemelidir. Gereksiz bilgi içeren problem estetikten yoksundur.

Amerika'nın Teksas eyaletinde lise öğrencilerine şöyle bir soru sorulmuş [1]:



Yukardaki sekizgenin çevresini en yakın santimetreye yuvarlayın.

\* Atatürk Üniversitesi Matematik Eğitimi Bölümü 4. sınıf öğrencisi.

\*\* Atatürk Üniversitesi Matematik Eğitimi Bölümü öğretim üyesi.

**Çözüm.** Diküçgene Pisagor Teoremi'ni uygulayıp bilinmeyen kenarı bulalım ve bu kenarı 16'yla çarpalım. İşte hesap:

$$16\sqrt{4,6^2 - 4^2} = 16\sqrt{5,16} = 36,3450134 \dots$$

Yanıt 36 olmalı.

**Anti-Çözüm.** Sekizgenin çevresi, yarıçapı 4,6 olan bir çemberin çevresinden daha küçük olmalı, yani,

$$\text{Çevre} \leq 2\pi \times 4,6 \leq 6,3 \times 4,6 = 28,98$$

olmalı. Demek ki yanıt 29'dan büyük olamaz!

Daha dikkatli bir hesapla, yarıçapı 4 cm olan çemberi de dikkate alarak,

$$2\pi \times 4 \leq \text{Çevre} \leq 2\pi \times 4,6;$$

yani

$$25,1327 < \text{Çevre} < 28,91$$

buluruz. Doğru yanıt 25, 26, 27, 28 ya da 29'dur, ama kesinlikle 36 değildir!

Problemin iki, hatta belki de daha çok değişik yanıtı olması Amerikalı meslektaşlarımızı doğal olarak rahatsız etmiş ve bu durumu "şanssızlık" olarak nitelendirmişler.

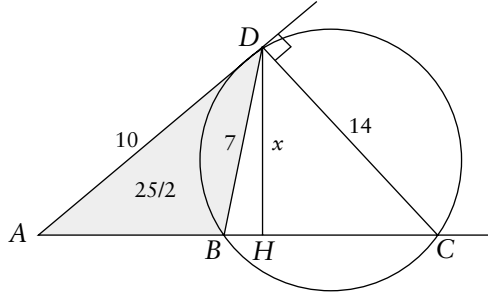
Gerçekten de bir matematik problemine birden değişik yanıt bulunması her gün rastlanan bir olay değildir. Şans ya da şanssızlık, ama olağan bir durum olmadığı kesin.

Okurlarımız matematiksel sorunu ve Amerika'nın nasıl kurtulacağını araya ve araştıradursunlar (ipucu: girişi bir daha okuyun), biz, çuvaldızı kendimize batırarak, kendi ülkemizde, 1996'da üniversite giriş sınavlarında sorulan bir soruya eğilelim. Soru şöyleydi:

**Soru:** Bir sonraki sayfadaki şekildeki gibi bir çember ve çemberin üstünde D, B ve C noktaları verilmiş. AD doğrusu çembere D noktasından te-

ğet. Ayrıca  $DH \perp AC$  ve  $ABD$  üçgeninin alanı  $25/2$   $cm^2$ . Bilinen diğer ölçüler  $cm$  cinsinden şöyle:  $AD = 10$ ,  $DC = 14$ ,  $DB = 7$ .

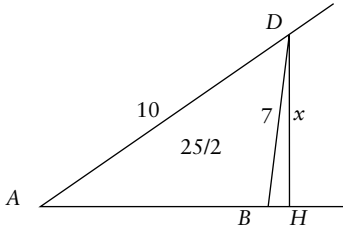
Üniversite adaylarının yanıtlaması istenen soru şu:  $DH$  kaç  $cm$ 'dir?



Düşünelim:  $ADB$  üçgeni hakkında neler biliyoruz?

1.  $AD$  kenarı verilmiş: 10  $cm$ .
2.  $DB$  kenarı verilmiş: 7  $cm$ .
3. Alanı verilmiş:  $25/2$   $cm^2$ .

Bu verilerden  $ADB$  üçgenini tamamıyla bildiğimiz anlaşılır, bu verilerle iki değişik üçgen çizilemez. Nitekim eğer  $ADB$  açısına  $\alpha$  dersek, o zaman  $Alan(ADB) = 1/2 \times AD \times DB \times \sin \alpha$  formülünden  $\sin \alpha$ , buradan da  $\alpha$  çıkar.  $ADB$ 'nin iki kenarını ve bu kenarlar arasına sıkışmış açığı bildiğimizden  $ADB$ 'yi tamamıyla bildiğimiz anlaşılır. Sorulan  $x$ ,  $ADB$  üçgeninin yüksekliği olduğundan,  $ADB$  üçgenini bildiğimize göre  $x$ 'i de (en azından kuramsal



Yukardaki verilere göre  $x$  kaçtır?

olarak) bulabilmemiz gerekir.

Demek ki soruyu bulmak için geri kalan verilere ihtiyacımız yok. Soru şöyle de olabilirdi:

Yukardaki düşünceyi uygulamaya geçirelim.

$25/2 = Alan(ADB) = 1/2 \times AD \times DB \times \sin \alpha = 1/2 \times 10 \times 7 \times \sin \alpha$ ; demek ki  $\sin \alpha = 25/70 = 5/14$ . Buradan  $\alpha$ 'yı bulmak gerekir ki hesap makinasız, hatta hesap makinalı bile bulmak kolay değildir. Ama önemli değil, biz  $\alpha$ 'yı değil  $x$ 'i hesaplamak istiyoruz.  $x = AD \times \cos \alpha = 10 \cos \alpha$  formülünden  $\cos \alpha$ 'yı bulmak gerektiği anlaşılır.  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$  formülünden,  $\cos^2 \alpha$ 'yı bulabiliriz, oradan da  $\cos \alpha$ 'yı bulabiliriz:

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - (5/14)^2} = \frac{\sqrt{171}}{14}.$$

$$\text{Dolayısıyla } x = 10 \times \frac{\sqrt{171}}{14} = 5 \times \frac{\sqrt{171}}{7}.$$

Peki verilen daire ve  $DC$  neyin nesini oluyor? Söyleyelim: Verilen daire ve  $DC$  bir başka yanıt bulmamızı sağlıyor:

**Bir Başka Yanıt:**  $ADB$  ve  $DCH$  açıları aynı yayı gördüklerinden, birbirine eşittir. Dolayısıyla,

$$x/14 = x/DC = \sin \alpha = 5/14$$

ve  $x = 5$  bulunur.

Yukarda bulduğumuz yanıtlardan daha daha değişik yanıtlar bulma zevkini okura bırakıyoruz.

Sorun elbette verilen şekildeki gibi bir şeklin altında olmaması. O kadar fazla (ve gereksiz) bilgi verilmiş ki, verilen tüm verileri sağlayan bir şekil yok. Örneğin, diğer tüm verileri kabul edersek  $DC$  uzunluğu 14 olamaz,  $2\sqrt{171}$  olmalı, 26'dan biraz daha büyük!

#### Kaynakça

- [1] Fernando Q. Gouvêa, *The Texas Octagon Massacre*, Focus (The newsletter of the MAA), 23. cilt, 9. sayı, sayfa 6, Aralık 2003.

