

# Akdeniz Üniversitesi

## IX. ANTALYA MATEMATİK OLİMPİYATI

### Birinci Seçme Sınavı

İlham Aliyev, Mustafa Özdemir, Mutlu Güloğlu, Ramazan Tınaztepe  
ialiev@akdeniz.edu.tr / mozdemir@akdeniz.edu.tr / guloglu@akdeniz.edu.tr / rtinaztepe@akdeniz.edu.tr



Dokuzuncu Ulusal Antalya Matematik Olimpiyatları'nın ilk aşama sınavı 23 Nisan'da yapıldı. Düzenleme Akdeniz Üniversitesi Sağlık, Kültür Dairesi Başkanlığı'yla bu daireye bağlı Matematik Kulübü, soruların hazırlanma ve değerlendirilmesi ise Akdeniz Üniversitesi Matematik Bölümü tarafından yapılmaktadır. Lise 1 ve 2 öğrencilerinden yaklaşık 650 kişinin katıldığı bu yılki ilk aşama sorularını veriyoruz. Çözümler bir sonraki sayımızda yer alacak.

**Soru 1.**  $a, b$  ve  $c$  sayıları  $x^3 - x - 1 = 0$  denkleminin kökleri ise,

$$\frac{1}{1+a} + \frac{1}{1+b} + \frac{1}{1+c}$$

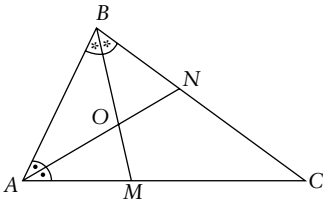
toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) -1

**Soru 2.**  $x_1$  ve  $x_2$  sayıları  $[x_2] = [6-x] - [x-111]$  denkleminin kökleri ise,  $x_1^3 + x_2^3$  sayısı aşağıdakilerden hangisine eşittir? ( $[a]$  ifadesi,  $a$  sayısının tam kısmı olup,  $\{a\} = a - [a]$ 'dir.)

- A) -7 B) 9 C) -9 D) -19 E) 35

**Soru 3.**  $ABC$  üçgeninde,  $A$  ve  $B$  açılarının açıortayları  $AN$  ve  $BM$ 'nin kesişim noktası  $O$  olsun.  $OMCN$  dörtgeni kirisler dörtgeni olduğuna göre,  $BMN$  açısı kaç derecedir?



- A) 36 B) 30 C) 45 D) 22,5 E) 54

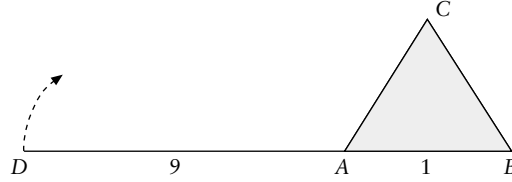
**Soru 4.**  $m$  ve  $n$  pozitif tamsayılar olmak üzere,  $(m+n)^3 = (m^2+n)(m+n^2)$  eşitliğini sağlayan kaç  $(m, n)$  ikilisi vardır?

- A) 4 B) 6 C) 2 D) 10 E) 8

**Soru 5.**  $60^{50}$ 'nin böleni olup,  $50^{60}$ 'nın böleni olmayan pozitif sayıların sayısı  $n$  olsun.  $n$  sayısının  $50$ 'ye bölümünden kalan kaçtır?

- A) 40 B) 32 C) 35 D) 30 E) 48

**Soru 6.** Şekildeki  $ABC$  eşkenar üçgeni, dik prizma şeklindeki bir köpek kulübesinin üstten görünüşüdür.  $D, A$  ve  $B$  noktaları doğrusal olup,  $AD$



ipinin uzunluğu 9 metre ve  $AB$  bir kenar uzunluğu 1 metredir.  $D$  noktasında  $AD$  ipine bağlanmış bir köpek saat yönünde koşmaya başlıyor. İp, her an gergin olmak koşuluyla, kulübeye tamamen dolandığında, köpek toplam kaç metre koşmuş olur?

- A)  $27\pi$  B)  $28\pi$  C)  $30\pi$  D)  $32\pi$  E)  $33\pi$

**Soru 7.**  $3 \times 3$  karelik bir tahtanın her karesine bir tamsayı yazılıyor. Her satır ve her sütunun sayıların çarpımı 7 veya  $-7$ 'ye eşit olan yazılışlara "iyi yazılış" diyelim. Kaç farklı "iyi yazılış" vardır?

- A) 1152 B) 1536 C) 3072 D) 3600 E) 2510

**Soru 8.** Düzlemde 10 nokta verilmiştir. Köşeleri bu noktalar olan üçgen sayısı 118 olduğuna göre, bu noktaların en az ikisinden geçen kaç doğru vardır?

- A) 55 B) 45 C) 41 D) 36 E) 43

**Soru 9.**

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{(x+1)^2} + \sqrt[3]{(x^2-1)} + \sqrt[3]{(x-1)^2}}$$

olmak üzere,  $f(1) + f(2) + \dots + f(124) + f(125) = A$  ise  $2A - 4$  kaçtır?

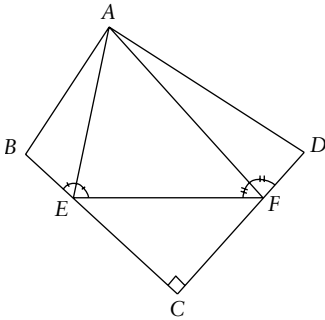
- A)  $\sqrt[3]{123}$  B)  $\sqrt[3]{125}$  C)  $\sqrt[3]{124}$  D)  $\sqrt[3]{127}$  E)  $\sqrt[3]{126}$

**Soru 10.**  $f$  ve  $g$  fonksiyonları her  $x, y \in \mathbb{R}$  için,  
 $2f(x) + g(x) + 3f(\sqrt[3]{y}) - g(\sqrt[3]{y^2}) = \sqrt[3]{y^2} + 3\sqrt[3]{x}$   
 eşitliğini sağlamaktadır.  $f(8)$  kaçtır?  
 A) 12 B) 13 C) 10 D) 14 E) 15

**Soru 11.**  $x^7 + 5x - 3 = 0$  denkleminin yedi kökü olduğu biliniyor. Bu köklerin yedinci kuvvetlerinin toplamı kaçtır?  
 A) 21 B) 28 C) 35 D) 42 E) 49

**Soru 12.**  $S = \{1, 2, 3, \dots\}$  sayma sayılar kümesi olmak üzere,  $f: S \rightarrow S$  fonksiyonu veriliyor.  $f(1) = 1$  ve her  $n$  için  $f(1) + f(2) + \dots + f(n)$  toplamı,  $n$ 'den büyük olmayan bir doğal sayının küpü olduğuna göre,  $f(5)$ 'in 7 ile bölümünden kalan kaçtır?  
 A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

**Soru 13.**  $8 \times 8$  karelik bir satranç tahtasında, bu karelerle oluşturulan ve alanı çift sayı olan kaç dikdörtgen vardır? (Bir karenin alanı  $1 \text{ br}^2$  dir).  
 A) 400 B) 512 C) 648 D) 896 E) 972



- A)  $5/2$  B)  $10/3$  C)  $17/6$  D) 3 E)  $15/4$

**Soru 15.** 2004 basamaklı bir sayının herhangi komşu iki rakamının oluşturduğu sayı, üç farklı asal sayının çarpımı şeklinde yazılabilmektedir. Bu sayının son basamağı kaçtır?  
 A) 0 B) 2 C) 5 D) 4 E) 6

**Soru 16.**  $n$ , pozitif bir tamsayı ve  $p$ , tamsayı olmayan bir rasyonel sayı olduğuna göre,

$$p^2 = \frac{(2n)!}{2000}$$

eşitliğini sağlayan kaç pozitif  $p$  sayısı vardır?  
 A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) Sonsuz

**Soru 17.**  $a_1, a_2, \dots, a_{100}$  tamsayıları için  
 $a_1 + a_2 + \dots + a_{100} = 1001^{1001}$   
 eşitliği sağlandığına göre,

$$a_1^3 + a_2^3 + \dots + a_{100}^3$$

sayısının 6'ya bölümünden kalan kaçtır?  
 A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

**Soru 18.** İki kenarortayından birinin uzunluğu 6 br, diğerinin uzunluğu 9 br olan bir üçgenin alanı en fazla kaç  $\text{br}^2$  olabilir?  
 A) 33 B) 32 C) 34 D) 36 E) 39

**Soru 19.**  $x, y$  ve  $n$  pozitif tamsayılar olmak üzere,  $1 < x/y < 2$  ve  $2 < y/n < 3$  koşullarını sağlayan  $(x, y)$  ikililerinin sayısı 99 olduğuna göre,  $n$  kaçtır?  
 A) 5 B) 7 C) 6 D) 9 E) 8

**Soru 20.** Hacmi  $27 \text{ br}^3$  olan dikdörtgen prizması şeklinde kapalı bir kutu yapılacak ve her yüzü farklı renklere boyanacaktır. Boyaların birimkareye düşen maliyetleri 1, 1, 2, 2, 3 ve 5 TL'dir. Toplam boyama maliyeti en düşük olacak şekilde bir kutu yapıldığında, bu kutunun boyama maliyeti kaç TL olur?  
 A) 108 B) 126 C) 170 D) 96 E) 81 ♥

