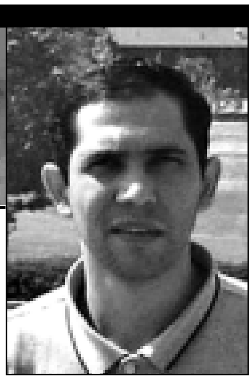

Bekir S. Gür* / *bekir@cc.usu.edu*

Kraliçen Güzel mi?

Bir matematikçinin ünü, sunduğu kötü kanıtların sayısına dayanır.
A. S. Besicovitch [7, s. 41]

Matematiğin güzelliğini takdir edici onca literatürün üstüne, şüphe davet eden böyle bir başlık atmanın ve matematikçi Besicovitch'in sözünü epigraf olarak kullanmanın yanlış anlamaları davet edeceğini tahmin etmek için kâhin olmaya gerek yok. "Yanlış anlamanın mümkün olduğu her yerde yeni bir yorum ve yeni bir anlama mümkündür" şeklindeki yorumbilimsel (hermeneutik) prensibi yedeğe alıp bazı çıkarımlar elde etmek amaçlanmışsa şayet, başlığın düşünce-kışkırtıcı rüzgârına kapılmaya değer gibi görünüyor.

Buna ilaveten, Matematik Dünyası'nda Afkan Aslanov'un [2] Cauchy'nin bir eşitsizliğinin zarif bir ispatını sunarken aktardığı kısa yorumu okuyunca bu kanaatim pekişti. Dergide daha önce yayımlanan aynı eşitsizliğin uzun kanıtına göndermede bulunan Aslanov, *sade ve güzel bir eşitsizliğin matematik tarihinde mümkün olabilecek en zor kanıtları verilmiştir*, dedikten sonra şöyle bir eklemede bulunuyor: *Böyle kanıtları ne matematiksel açıdan ne de pedagojik bakımdan doğru buluyoruz.*

Aslanov'un sunduğu zarif ve kısa kanıta tabii ki bir itirazımız olamaz; kanıta şapka çıkardığımızı ifade edip geçiyoruz. Ne var ki, zor kanıtların matematiksel (ve pedagojik) açıdan doğru olmadığını ifade etmek, gerekçelendirilmesi gereken bir ifadedir.

Bu yazıda matematik ve güzellikle ilgili bir kısım yaygın kanaatleri, matematiksel ve felsefi açıdan eleştirel bir gözle ele alıp, matematikçi-filozof Gian-Carlo Rota'yı izleyerek matematiksel güzelliğin üstündeki örtüyü sıyırmayı deneyeceğiz. Görüşlerimizi zaman zaman matematik tarihiyle sınayacağız. Ayrıca estetiğin matematikte oynadığı rolü anlamaya çalışacağız. Önce konuya ilişkin mevcut yayınlardan bir kısmına hızlı bir göz atalım.

Matematik dünyasını Bir Matematikçinin Savunması adlı yapıtıyla oldukça etkilemiş olan Hardy [6, s. 85] şöyle der: *Matematikçinin desenleri ressam veya şairlerinki gibi güzel olmalı; fikirleri renkler veya kelimeler gibi birbirlerine ahenkle uymalıdır.* [...] *Çirkin matematik için asla daimi bir yer yoktur.* Hardy'ye göre güzellik matematiksel çalışmanın birinci sınavıdır. Benzer şekilde Russell şöyle der: *İyi bakıldığı zaman matematik sadece doğruyu değil, yüce bir güzelliği de içerir.*

Güzellik konusunda yazılan yazılar özellikle bu iki İngiliz matematikçinin yazdıklarından etkilenmiştir denebilir. Sözgelimi, rahmetli hocamız Selçuk Aslan [1], Matematikçilerin "Güzel" Dünyası başlıklı yazısında, bu iki yazardan hareketle matematiğin güzel olduğunu savunur. Deniz Gündüz de Matematik "Güzel"dir başlıklı yazısında [5] Hardy'den oldukça etkilenmiş görünmekte. Ayrıca, Gündüz yazısında matematikçi Lynn Steen'den şu alıntıya yer verir: *Matematiksel fikirler değerlendirilirken, kesin doğruluk ya da yararlı olma olasılığından çok güzellik ve zarafet etken olur.*

Matematikle güzelliğin birbiriyle bir tür ilişkisi olduğuna kuşkusu olan yoktur sanıyorum. Ancak kimi tespitler oldukça bulanık ve/veya yanlış yönlendirmelere açık. Steen'in iddiasından başlayalım değerlendirmemize. Aslında, matematiksel çalışmaların doğruluktan ziyade güzellik ve zarafetle değerlendirildiği iddiası ilk bakışta çekici görünse de, böyle bir yaklaşım sorunsuz değildir, matematiksel güzelliğin nesnelliği sorun yaratır. Açıktır ki, güzelliğin nesnellik sorunu tartışılmadan, matematiksel güzellik matematiksel çalışmaların bir kriteri olarak sunulamaz.

Rota'nın [8, s. 128] belirttiği gibi, matematik-

* Utah State University, doktora öğrencisi.

1 Olası yanlış anlaşılmaları önlemek için şunu belirtelim ki, yabancılaşma ve kültürel yabancılaşma kavramlarını kullanışımızda pejoratif bir ima mümkün olsa da böyle bir ima aranmamalıdır.

sel bir ispatı güzelliğine dayanarak değerlendirmek açıkçası "riskli bir iş"tir. Çünkü, güzelliği, değerlendirmenin başat öğesi olarak ele aldığımız zaman, daha yolun başında karşımıza çıkacak ilk olgu şudur: Güzel olduğuna dair üzerinden uzlaşı bulunan matematiksel sonuçların sayısı azdır. Dahası, matematikçiler tarafından güzel kabul edilen matematiksel teoremler nadiren matematikçi olmayanların güzel bulduklarıyla örtüşür. Rota'yı takiben şunu açıkça ifade etmekte fayda var: Güzellik matematiksel çalışmanın motor gücü değildir. Matematikçi en temelde elindeki soruyu çözmek ve yeni teoremler ortaya atmak için çabalar, güzel teorem ve ispatlar üretmek için değil.

Rota'nın başka bir bağlamda, matematikte zarafetle güzelliğin aynı şey olmadığını işaretlemesi tartışma açısından hayli ufuk açıcıdır. Rota'ya göre, zarafet daha çok matematiksel sonucun sunumuna dair bir şeydir, halbuki güzellik içeriğe dairdir. Dolayısıyla, matematikçi elde ettiği sonuçlarda güzellik için çabalayamaz belki ama zarafet için çabalayabilir. Ayrıca, güzel bir teorem hem zarif hem de zarif olmayan bir biçimde sunulabilir.

Matematiğin güzelliğini matematiğin nesnel bir parçası olarak savunmanın zorluklarından biri de, matematik tarihinde görebileceğimiz üzere, öncü çalışmaların nadiren güzel olduklarıdır. Hatta, Rota'nın haklı olarak tespit ettiği üzere, güzel bir teoremin ispatı nadiren güzeldir denilebilir. Örneğin, Fermat'nın Son Teoremi, üç yüz yıldan fazla bir süredir çözümsüz beklemesinin ardından, 1994'te Andrew Wiles tarafından yüz sayfayı aşkın bir kanıtla ancak çözüldü. Çalışmasının öneminden kimsenin kuşkusu yok, fakat bu çözümün güzel olduğunu savunan pek kimse yok görünürlerde. Dolayısıyla, matematiksel bir çalışmanın önemli bir kriteri güzelliktir demek, oldukça büyük kısmı "güzel olmayan" öncü çalışmaların inkârı anlamına gelebileceğinden, böyle bir ifadeden kaçınmak gerekir.

İşin aslı ve ilginç tarafı, güzelliğin matematikteki yeri daha farklı bir bağlamda açığa çıkmaktadır. Bu konuda, Rota oldukça ilginç bir hususa dikkat çeker. Bir ispatın güzelliği "genellikle" ancak önceki ispatlar ve teoremlere aşinalıktan sonra ortaya çıkar. Daha açık olmak gerekirse, matematikte birçok teorem defalarca farklı farklı şekilde ispatlanırlar. Örneğin, Pisagor teoreminin kırka yakın ispatı vardır. Karikatürize etmek gerekirse, diyelim ki Fermat'nın yukarıda bahsi geçen ispatının üzerine yeni birçok ispatı bulundu, işte yeni bir ispatın "güzel" olarak görünmesi genellikle ancak bu önceki çabalara aşina olmakla mümkündür. Ayrıca, Rota'nın da verdiği bir örneği hatırlarsak; matematikçiler, Erdös ve Selberg'ın sundukları asal sayı teoreminin ispatını oldukça zor bulurlar; çünkü, teoremin verilen ispatı takip edilmesi oldukça zor, yaklaşık elli sayfadan oluşur. Aynı teoremin Levinson tarafından kısa ve basit bir ispatı daha sonra bulunmuştur. Matematik tarihinde bu tür sayısız örnek sıralanabilir. Dolayısıyla, eğip bükmeden ifade edelim: Matematikte yeni bir sonucun doğruluktan önceki bir kriterinin güzellik olduğunu iddia etmek, matematik tarihine (pratiğine) sırt çevirmek demektir. Kaldı ki, Rota gibi kimi matematikçiler güzelliğin matematik öğretiminde bile ikincil bir şey olduğunu belirtmektedir. Bir matematiksel sonucu güzelliğine dayanarak, öğrencilere sunmaya çalışın veya öğrencilerin dikkatini çekmeye çalışın, çabanız muhtemelen başarısız olacaktır. Çünkü, matematikteki güzelliği takdir edebilmek zaman, alıştırma ve matematiksel aşinalık, kısaca emek ve donanım ister. Yani, matematiği anlamak ve güzelliğini takdir için, ciddi sayılabilecek ölçüde önbilgiyle aşina olmak "olmazsa olmaz" bir önkoşuldur.

Burada bir sonuca varmadan önce, oldukça ilginç bir anekdota yer vermek istiyorum. Amerika'da yayımlanan, profesyonel matematikçilere ve matematikseverlere hitap eden bir dergi olan The Mathematical Intelligencer, matematiğin en güzel denklemlerini tespit etmek için, 1988'de okurları arasında bir anket düzenler [9]. 24 denklem arasında yapılan anketin sonuçlarına göre, en güzel denklem olarak Euler formülü seçilmiştir. Oldukça meşhur olarak bilinen formül şöyledir: $e^{i\pi} = -1$.

Formülde i, karekök -1'i temsil etmektedir, π bilindiği üzere bir çemberin çevresinin çapına olan oranıdır. e sayısı, 2,718... şeklinde açılımı olan matematiksel bir sabittir. Formülün güzel olduğuna kimsenin şüphesi yok fakat yukarıda özetlediğimiz üzere, bu denklemi anlamak ve güzelliği takdir edebilmek belli bir matematik bilgisi gerekiyor. Dahası, birçoğu matematikçi veya yazar olan okurlardan dergiye gelen cevapları analiz eden Wells'in [9] aktardığı sonuçlar daha önce yaptığımız tespiti doğrular mahiyettedir. Başka bir ifadeyle, matematikçilerin çoğunun estetik hususunda uzlaştıkları düşüncesi, gerçeği tam olarak yansıtmaz.

Ayrıca, aynı denklemi şöyle de sunabiliriz: $e^{i\pi}$ +

1 = 0. Formülün ilk haliyle ikinci hali arasında matematiksel açıdan bir farklılık yoktur. Fark, matematik dışındadır. İkincisi daha zariftir; çünkü, matematiğin en önemli sayıları 1, e, i, ve π'ye ek olarak 0 ve + basit bir denklemde buluşmuşlardır. Bu son açıklamayla daha önce Rota'dan aktardığımız bir hususun netleştirildiğini sanıyorum: Zarafet daha çok sunumla ilgilidir, güzellik ise içeriğe dairdir.

Güzelliğin riskli yanlarına dikkat çektikten sonra konunun özünü teşkil eden, matematiksel estetiğin matematikteki rolünü ele alacağız. Bu rolü anlamak için belki de "matematik nedir?" sorusuyla başlayıp, matematiğin derinlerine dalmaya gerek var. Hatta bu gerekli olsa da belki de yeterli gelmeyecektir. Biz burada kendimizi zorlamadan ve okuru yormadan, matematiksel güzellik konusundaki sorunları çözmeye dönük kısa bir cevap girişiminde bulunalım.

Bilindiği üzere, matematik kendi postulatlarını "dış" dünyaya uygunluğunu gözetmeksizin ortaya atar ve bunun üzerine adım adım yürür. Böylece matematik kendi dünyasını inşa eder. Matematiksel bir performans sergileyen kişi matematiğin kurallarına sıkı sıkıya bağlı kalır. Bu kurallara bağlı kaldıkça ürettiği şeyler matematiktir, yani ürünler matematiğin sınırları içerisinde değerlendirilir. Bu aynı zamanda şu demek: Matematikçi olan özne, kuralları daha önce belirlenmiş bir "oyuna" dahil oluyor; özne oyunda kendine düşen rolü/performansı sergiliyor. Fakat, böylece aslında kuralların dışına çıkmadığından özne kendi oyununu çıkarmaktan ziyade, oyunun bir katılımcısı oluyor.

Fakat, böyle demekle matematikçi olan özneyi/öznelliği silmiş olmaz mıyız? Hayır, aslında silmedik/silemeyiz. Hemen şu soruyu soralım: Öznenin matematik oyunundaki özgürlüğü/rolü nedir? Bu soru oldukça önemlidir çünkü matematiği öznesiz bir oyun olarak sunmak mümkün değildir. Dahası, özneyi sildiğimiz zaman Euler'le Gauss'un matematiksel çalışmalarını birbirinden ayıracak bütün araçlardan kendimizi mahrum duruma sokmuş oluruz. Oysa aslında tam da bu çıkmazdan kurtulmak için kuralları belirlenmiş bir oyunda öznenin rolünü gündeme getirdik.

Burada, matematik tarihçisi Bell'in Newton ve Bernoulli hakkında bahsettiği meşhur anektodu hatırlamakta fayda var. Newton oldukça zor bir soruyu kısa sürede çözer ve isimsiz olarak yayımlar. Çözümü gören matematikçi Bernoulli, çözümün Newton'a ait olduğunu anlar ve dudaklarından şu sözler dökülür: "Ben aslanı pençelerinden tanırım."

Tam burada, birçok matematik tarihçisinin dikkat çektiği Euler'in tarzını hatırlatmakta fayda var. Bilindiği üzere, Euler sadece başardıklarından dolayı değil; aynı zamanda, sonuçları elde ederken izlediği biçemle de dikkat çekmiştir. Yukarıda söz konusu ettiğimiz Euler eşitliğinin elde ediliş tarzı, Euler'in sonuçları elde ederken izlediği berrak ve dolayımsız düşünce tarzının bir ürünüdür aynı zamanda. Muhakkak ki, aynı sonuç muhtemelen daha çetrefilli farklı farklı tarzlarda elde edilebilir.

Varmak istediğim sonuç açık olmalı: Matematikçi belli matematiksel kurallara sıkı sıkıya bağlı olsa da, kendine has bazı izler bırakabilir. İşte bu izler yani matematikçi öznenin kendi kişisel farkı, estetik bir farktır! Bu estetik farkın güzel olması gerekli değildir, o matematikçinin özgürlük alanıdır. Bu hususu biraz daha açmak gerekirse, matematik tarihinde sayısız teoremin defalarca farklı çözümlerle çözüldüğünü düşünürsek, oradaki farklı farklı çözümlerin birbirine üstünlüklerini belirleyen hususlardan biri estetiktir.

Unutmadan... Afkan Aslanov'un sunduğu kanıtın zarifliğini, daha önce sunduğu uzun kanıtla görmemizi sağlayan Reşit Hurşit'e de teşekkür... ♥

Kaynakça

[1] Aslan, Selçuk, *Matematikçilerin "Güzel" Dünyası*, **Bilim ve Teknik**, Haziran, Sayı 391, 2000, s. 98-102. Online Erişim: http://www.biltek. tubitak.gov.tr/dergi/00/haziran/matguzdun.pdf

[2] Aslanov, Afkan, *Cauchy'nin Bir Eşitsizliği*, **Matematik Dünyası**, Yıl 12, Sayı 4, 2003, s. 83.

[3] Gadamer, Hans-Georg, *The Relevance of the Beautiful: Art as Play, Symbol and Festival*, **The Relevance of the Beautiful and Other Essays**, ed. by Robert Bernasconi, Translated by Nicholas Walker, Cambridge University Press, 1986, s. 3-53.

[4] Göka, Erol; Topçuoğlu, Abdullah; Aktay, Yasin, **Önce Söz Vardı, Yorumsamacılık Üzerine Bir Deneme**, Vadi: Ankara, 1999.

[5] Gündüz, Deniz, *Matematik 'Güzel'dir*, **Bilim ve Teknik**, Mayıs, Sayı 378, 1999, s. 76-80. Online Erişim: http://www.biltek.tubitak.gov.tr/ dergi/99/mayis/matematik.pdf

[6] Hardy, G. H., **A Mathematician's Apology**, Cambridge University Press, 1993. [**Bir Matematikçinin Savunması**, TÜBİTAK]

[7] Littlewood, J. E., **A Mathematician's Miscellany**, Methuen & Co. 1957.

[8] Rota, Gian-Carlo, **Indiscrete Thoughts**, edited by Fabrizio Palombi, Birkauser, 1997.

[9] Wells, D., *Are these the most beautiful*?, **The Mathematical Intelligencer**, vol 12, 3, 1990, s. 37-41.