



Doğuş Üniversitesi Matematik Kulübü

Matematik Bireysel Yarışması 2004

Sorular

Soru 1. Sıfırdan farklı bir a sayısı için sonsuz ondalıklarla oluşan

$$\frac{aa,\bar{a} + a,\bar{a}}{0,\bar{a}}$$

ifadesinin değeri nedir?

Soru 2. $-10 < x < 10$ olmak üzere

$$5x + 3 \equiv 4 \pmod{6}$$

denkliğinin çözüm kümesi nedir?

Soru 3. $\frac{\sqrt[5]{32^{2x+1}}}{\sqrt{2^{x-3}}} = 8^{2x-1}$ denklemini çözünüz.

Soru 4. Beş basamaklı $abc19$ sayısı üç basamaklı abc 'ye bölündüğünde bölüm ve kalanın toplamı kaçtır?

Soru 5. $x, y = x^x, z = x^{(x^x)}, t = (x^x)^x$ sayıları veriliyor. $1/2 < x < 1$ iken x, y, z ve t 'nin büyüklük sıralanışı nedir?

Soru 6. A, B, C, D pozitif tamsayıları için $A^5 = B^4, C^3 = D^2$ ve $C = A + 19$ ise $D - B$ kaçtır?

$$\text{Soru 7. } \begin{aligned} \frac{1}{4} &< \frac{ab}{a+b} < \frac{1}{3}, \\ \frac{2}{7} &< \frac{ac}{a+c} < \frac{2}{3}, \\ \frac{2}{9} &< \frac{bc}{b+c} < \frac{2}{5} \end{aligned}$$

ise,

$$\left(\frac{ab+ac+bc}{abc} \right)^2 - \left(\frac{ab+ac+bc}{abc} \right)$$

ifadesinin en büyük tamsayı değeri nedir?

$$\text{Soru 8. } 5 + \frac{9x-55}{7-x} = \frac{4x-20}{15-x}$$

denkleminin çözüm kümesi nedir?

Soru 9. $2^x + 2^{-x} = 5$ ise $8^x + 8^{-x}$ kaçtır?

Soru 10. $375 \times 25^{11} \times 16^6$ sayısı kaç basamaklıdır?

Soru 11. $x \otimes y = 2x + 2y + xy + 2$ işleminde, 2 sayısının tersi var mıdır, varsa nedir?

Soru 12. $|x - 2| - |x + 3| \geq 1$ eşitsizliğinin çözüm kümesi nedir?

Soru 13. $0 < p < 25$ olmak üzere $p \leq x \leq 25$ aralığında bulunan x değerleri için

$$|x - p| + |x - 25| + |x - p - 25|$$

ifadesinin minimum değerini bulunuz.

Soru 14. $(\sqrt[7]{2} + \sqrt[3]{x})^{10}$ ifadesinin açılımında x 'in katsayısını bulunuz.

Soru 15. $8^{13} - 6^{13}$ sayısının 49'a bölümünden kalan kaçtır?

Soru 16. p 'nin 3'ten büyük bir asal sayı ise p^2 sayısının 12'ye bölümünden kalanlar kümesi nedir?

Soru 17. n pozitif bir tamsayı olmak üzere, $n^3 - n$ sayısının 3'e bölümünden kalanlar kümesi nedir?

Soru 18. x, y, z, t negatif olmayan tamsayılar olduğuna göre,

$$xz - yt = 1$$

$$xt + 4yz = 3$$

denklem çiftinin tüm (x, y, z, t) çözümlerini bulunuz.

Soru 19. $k > 1$ bir tamsayı ve $k \equiv 9 \pmod{17}$ ise, $2k - 1$ ve $9k + 4$ tamsayılarının en büyük ortak böleni olabilecek bütün pozitif tamsayıların toplamı kaçtır?

Soru 20. 245 ile 601 arasında 13 ya da 15'e bölünen kaç sayı vardır?

Soru 21. Gerçel sayılardan tamsayılara giden f fonksiyonu, $n \in \mathbb{Z}$ olmak üzere, $n \leq x < n + 1$ iken, $f(x) = n$ olarak tanımlanıyor. Örneğin $f(5/2) = 2$, $f(\pi) = 3$, $f(4) = 4$. Buna göre,

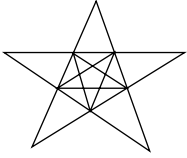
ise, n kaçtır? $\sum_{k=1}^n f(\sqrt[k]{16}) = 3n$

Soru 22. $a=f(x), b=f\left(\frac{1}{1-x}\right), c=f\left(\frac{x-1}{x}\right)$

olduğuna göre, $a + 2b + 3c = g(x)$ ise,

$$g(x) + g\left(\frac{1}{1-x}\right) + g\left(\frac{x-1}{x}\right)$$

toplamının a, b, c türünden değeri kaçtır?



Soru 23. Yandaki şekildeki düzgün yıldızlardan büyük olanın çevresi küçük olanın kaç katıdır?

Soru 24. $2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 6$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 12$$

$$x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 + x_5 = 24$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 + x_5 = 48$$

$$2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + 2x_5 = 96$$

olduğuna göre, $3x_4 + 2x_5$ kaçtır?

Soru 25. a, b, c pozitif tamsayıları verilmiş. b sayısı, a ile c 'nin geometrik ortalamasıdır. $b - a$ bir tamkare ve $\log_6 a + \log_6 b + \log_6 c = 6$ ise, $a + b + c$ ifadesinin değeri nedir?

Soru 26. $x^2 - 2x^2 + 4x + 5 = 0$ denkleminin kökleri a, b, c olduğuna göre, $a^3 + b^3 + c^3$ ifadesinin değeri nedir?

Soru 27. $alb - bla = 0$ ise, $alb + a^2lb^2 + \dots + a^{15}/b^{15}$ toplamının alabileceği değerlerin toplamı nedir?

Soru 28. $(abc)_5 + (bca)_5 + (cab)_5 = (2220)_5$ olduğuna göre $a + b + c$ sayısı 3'lük tabanda nasıl yazılır?

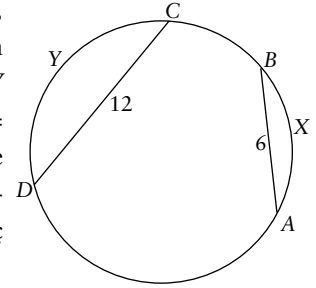
Soru 29. $f(x) = x - 1 + f(x - 1)$ ve $f(1) = 19$ olduğuna göre $f(19)$ kaçtır?

Soru 30. $\log_5(24!) + \log_5(25!) = m$ ve $25! = 5^x$ ise x 'in m türünden değeri nedir?

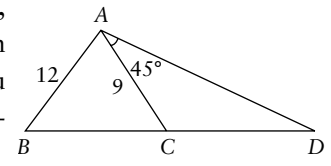
Soru 31. Bir turist grubunda 10 Alman ve 5 Fransız turist bulunmaktadır. Bu gruptan rastgele seçilen 3 turistten ikisinin aynı, birinin farklı ülkeden olma olasılığı kaçtır?

Soru 32. $(m + 3)x^2 + (7 - m)y^2 - 5mx + 20y - 20 = 0$ denkleminin düzlemde bir çember belirttiğine göre, merkezinin koordinatlarını ve yarıçapını bulunuz.

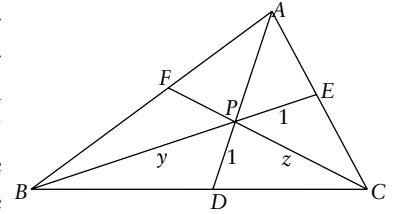
Soru 33. Şekildeki A, B, C ve D noktalarından geçen çemberde, X ve Y yayları için, $3m(\angle AXB) = m(\angle CYD)$, $|AB| = 6$ cm ve $|CD| = 12$ cm olduğuna göre çemberin yarıçapı kaç cm'dir?



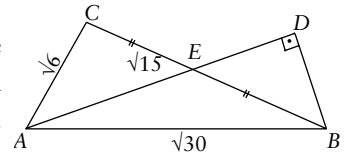
Soru 34. $[AB] - [AC]$, $m(\angle CAD) = 45^\circ$, $|AC| = 9$ cm ve $|AB| = 12$ cm olsun. Bu verilere göre $\triangle ACD$ üçgeninin alanı kaç cm^2 olur?



Soru 35. P, ABC üçgeninin içinde bir noktadır. PA doğrusu BC 'yi D 'de, benzer şekilde PB ve PC doğruları CA 'yı ve AB 'yi sırasıyla E 'de ve F 'de kesmektedir. Eğer $|PD| + |PE| + |PF| = 1$ ve $|PA| + |PB| + |PC| = a$ ise, $|PA||PB||PC|$ çarpımı nedir?



Soru 36. Şekildeki üçgenlerde $|AB| = \sqrt{30}$, $|BC| = \sqrt{15}$, $|CA| = \sqrt{6}$, $|EB| = |EC|$ ve $m(\angle ADB) = 90^\circ$ ise $\triangle ADB$ üçgeninin alanının $\triangle ABC$ üçgeninin alanına oranı nedir?



Soru 37. 15'e asal iki basamaklı kaç sayı vardır?

Soru 38. $(52 + 6\sqrt{43})^{3/2} - (52 - 6\sqrt{43})^{3/2} = ?$

Soru 39. Çelik bir çubuğa 5 tane küre biçiminde ve aynı büyüklükte boncuk dizilerek üretim yapılmaktadır. Çelik çubuk, boncuklarla tümüyle kaplandığına ve üç boncuk beyaz iki boncuk siyah olduğuna göre kaç değişik ürün elde edilir?

Soru 40. Kaç b gerçel sayısı için $x^2 + bx + 2b$ polinomunun her iki kökü de tamsayı olur? ♦