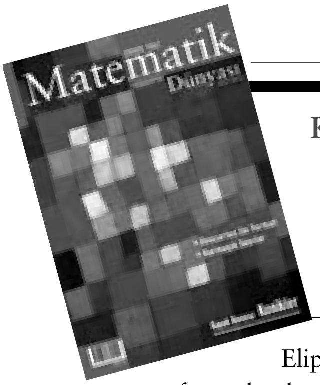


Kapak Konusu: Poncelet Teoremleri

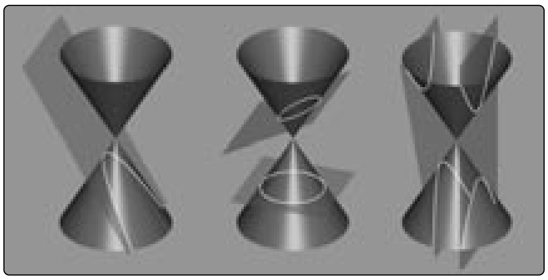
Koniklerin Tarihçesi ve Antalyalı Apollonius

Hawan Batson

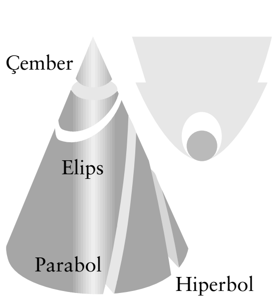
Elips, parabol ve hiperbol olarak üç sınıfa ayrılan konikler MÖ 350 dolayında, bir yandan gözü dönmüş bir biçimde dünyayı fethederken bir yandan da bilim öğrenen Büyük İskender'in hocası Menaechmus tarafından keşfedilmiş olabilirler. Tam ne zaman keşfedildiklerinden yüzde yüz emin olamayız elbette.

Yalnız Menaechmus hiperbolün ikinci bir parçası daha olduğunu görememiş, birincisine takılıp kalmıştır.

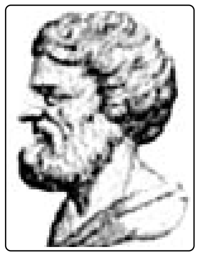
Menaechmus'un nihai amacı, bugün çözümünün imkânsız olduğu bilinen üç meşhur problemi çözmekti: 1) Herhangi bir açıyı üç eşit parçaya bölmek, 2) Verilmiş bir kübün hacminin iki misli olan bir küp çizmek, daha doğrusu birim uzaklık verilmişse $2^{1/3}$ uzunluğunu çizmek, 3) Verilmiş bir çemberin alanına eşit bir kare inşa etmek, daha doğrusu birim uzunluk verilmişse ϕ uzunluğunu çizmek. Çizimler çentiksiz cetvel ve pergelle yapılmalıydı ve bu çizimlerin bugün imkânsız olduğu biliniyor. (Tekrar tekrar söylemekte yarar var!)



Koniğin ilk tanımı, tabanı bir çember olan bir dik koniyi, koninin bir yüzey doğrusuna dik bir düzlemle kesiştirerek elde edilen eğriydi. Bu yüzden koniklere ***konik kesitler*** de denir. Bugün, bu tanımdan daha genel bir tanım kabul edilir.



Menaechmus tarafından ilk bulunuşundan 150 yıl kadar sonra Apollonius (MÖ ≈262-190) konikler hakkında içinde 487 teorem barındıran 8 cilt yazmıştır. Adı **Konik Kesitler** olan bu kitabın son cildi ne yazık ki günümüze ulaşmamıştır. İlk dört cildin Yunancası mevcuttur, sonraki üç cildin ise sadece Arapça çevirileri.


Apollonius

Çağında "Büyük Geometrici" diye bilinen Apollonius, kendisinden öncekiler gibi sadece dik konileri değil, tüm konileri almıştır koniğin tanımına.

Memleketi Antalya (Perge ilçesi, Murtana köyü) olduğu düşünülen (bazıları bundan kuşku duyuyor) Apollonius'un kitabında bizim kullandığımız koordinat sistemlerine benzer bir referans sistemi kullanması ayrıca şayan-ı hayrettir. Ancak cebir bilmediğinden, bu sistemden yeterince yararlanamamıştır.

Önemli noktaları harflerle simgelemek gibi bir kolaylığın o zamanlar daha henüz bilinmediği düşünülünce, Apollonius'un eriştiği düzeye hayran kalmamak gerçekten mümkün değil.

Apollonius'un başarılarını takdir edebilmek için herhalde kendisinden aşağı yukarı 60 yaş büyük Öklid'le (MÖ 325-265) karşılaştırmak yeterlidir. Öklid, **Elemanlar** adlı ünlü yapıtında üç noktadan geçen bir çemberin pergel ve cetvelle nasıl çizileceğini göstermiştir. Öklid, üç doğruya teğet bir çemberin de nasıl çizileceğini göstermiştir. Bunlar, oldukça kolay şeyler. Bugün ortalama bir lise öğrencisi Öklid'in bu yaptıklarını yapar. Ama Apollonius, örneğin üç çembere ya da iki çember ve bir doğruya teğet çember çizmeyi başarmıştı.

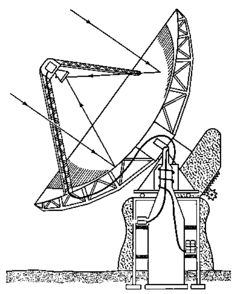
Apollonius'un eseri öylesine muhteşemdi ki, çağlar boyunca bu konuda araştıracak pek bir şey bırakmamıştı matematikçilere. Öklid'in Elemanlar'ıyla birlikte Yunan matematiğinin ulaştığı düzeyi ve güzelliği mükemmel bir biçimde yansıtırlar.

Gençliğinde İskenderiye'ye giderek Öklid'in öğrencilerinden matematik öğrenen Apollonius, daha sonra burada ders de vermiştir. Konikler kitabını burada yazmıştır. Kitabın önsözünden: *İskenderiye'ye geldiğinde bende kalan geometrici Naucrates'in isteği üzerine konuyla ilgilenmeye başladım. Bulduklarımı sekiz ciltte toparlayıp hemen kendisine verdim, çünkü denize açılması gerekiyordu. Kitap aceleye geldi, yeterince gözden geçiremedim. Gözden geçirmeyi en sona erteleyerek aklıma gelen bir şeyi hemen yazıyordum.*

Apollonius çok yazmış bir matematikçidir. Ama ne yazık ki pek çok eseri kaybolmuştur. Örneğin, aksiyomlar ve tanımların anlamı üzerine yazdığı metamatematiksel bir eseri kayıptır. Bu yapıtı bugün okuyabilmek o zamanki matematik anlayışı konusunda bize çok şey kazandıracaktır. Bu yapıtını okumasak da, Apollonius'un böyle derin bir konuda yazma ihtiyacını hissetmiş olması bile başlı başına şaşırtıcı.

Tüm yapıtları Arapçaya çevrilmiştir. Sadece bu olgu bile zamanın Arap kültürü hakkında bayağı bir ipucu verir.

Apollonius konikleri sınıflandırırken koniklerle belirlenmiş iki alanı karşılaştırdığından, yakın zamana kadar, Apollonius'un, birinci alanın ikinci alandan küçük, eşit ya da büyük olmasına göre bu eğrilere elips, parabol ve hiperbol adını verdiği düşünülüyordu. (İngilizce "hyperbole" sözcüğü abartma, mübalağa anlamına gelir örneğin.) Ancak Apollonius bir çağdaşı olan matematikçi Diocles'in (MÖ ≈240-180) **Yakan Aynalar** adlı eserinin Arapça çevirisinin yakın geçmişte İran'da bulunması bugün bundan kuşku duymamıza neden olmuştur.

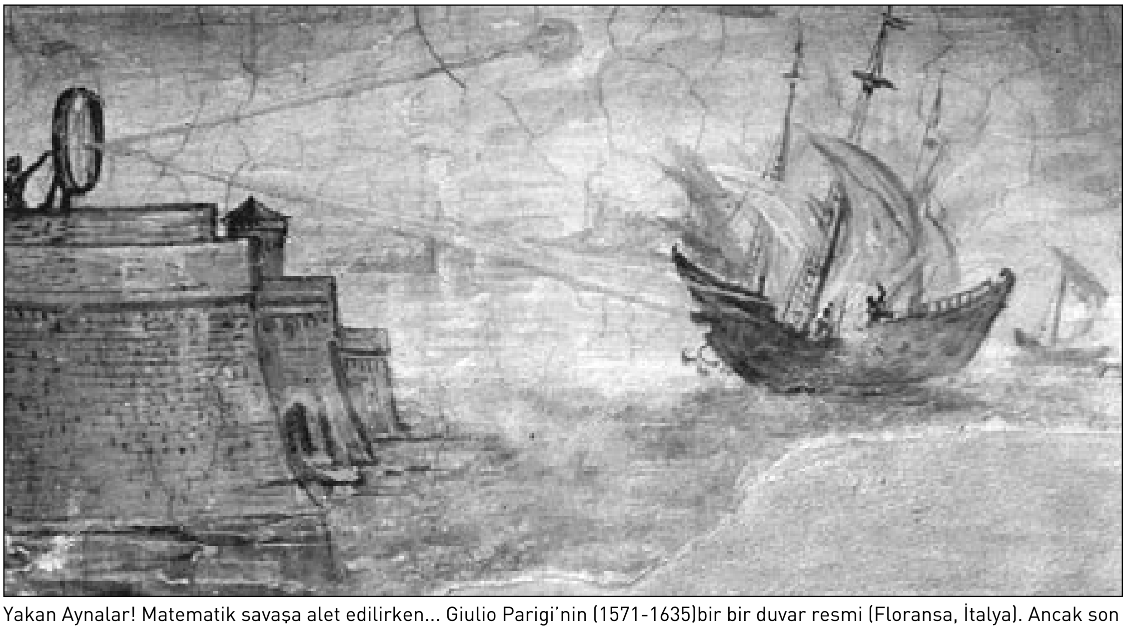


Diocles de konikleri çalışmıştır. Eserinin adının "Yakan Aynalar" olması boşu boşuna değildir. Parabolün odak noktasından çıkan bir ışık huzmesini eksenine paralel olarak yansıttığını (araba farlarının modelini) ilk o keşfetmiştir. Ayrıca parabolün odak noktası ve doğrultmanla tanımını da ilk o bulmuştur [MD-2005-II, sayfa 34-39].

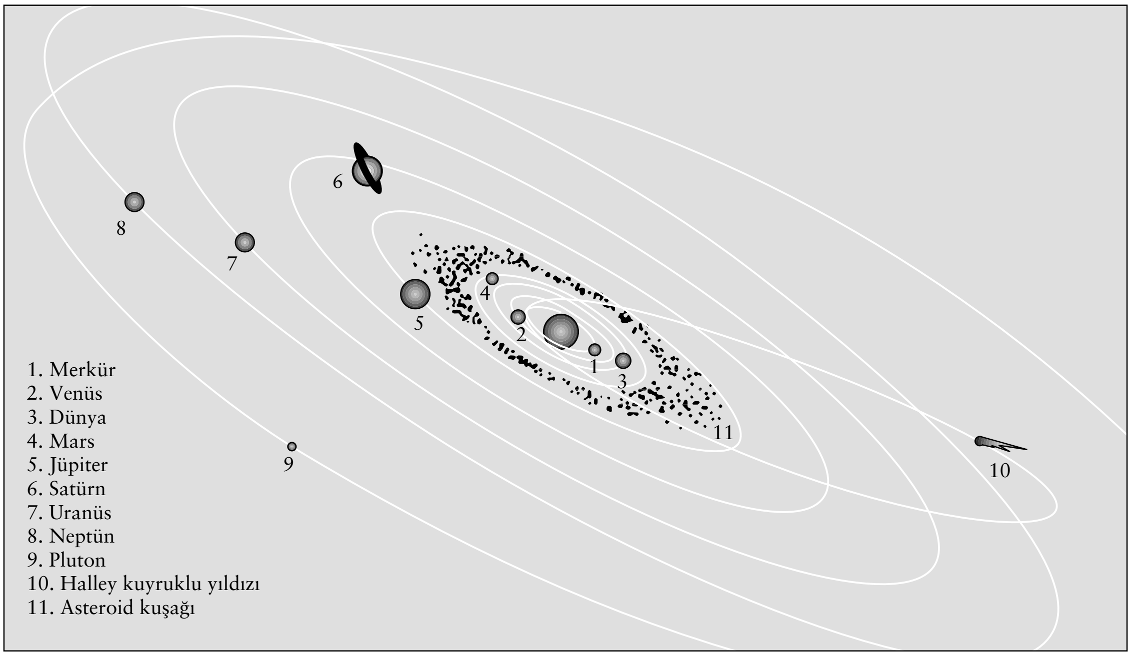
Apollonius'un da "Yakan Aynalar Üzerine" başlıklı bir kitabı vardır. Apollonius'tan önce küresel bir aynanın güneş ışınlarını tek bir noktaya yansıtacağı düşünülüyordu. Bu kitabında Apollonius bunun yanlış olduğunu göstermiştir. Doğru yanıtı (parabol ayna) Diocles'in bulduğu kesin de, aynı yanıtı Apollonius da bulmuş olabilir.

Apollonius'un Konikler'i yeryüzünün en uzun süre okunan kitaplarındandır. En azından 17'nci yüzyıla kadar, yani 2000 yıl boyunca okunmuştur [bkz. MD-2005-II, sayfa 54-61].

Rönesans'ta Kepler'in gezegenlerin yörüngelerinin elips olduğu kehanetiyle birlikte koniklere

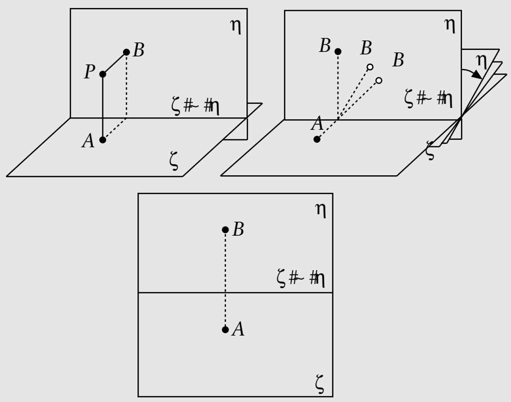


Yakan Aynalar! Matematik savaşa alet edilirken... Giulio Parigi'nin (1571-1635)bir bir duvar resmi (Floransa, İtalya). Ancak son yıllarda yapılan deneyler, parabolik aynalarla bir geniyi ateşe verecek kadar ısı elde edilemeyeceğini göstermiştir. Bu ve buna benzer silahları Siracusa (Sicilya) kolonisinin Romalılara karşı korunması için Arşimet'in (287-211) icat ettiği söylenir.



Betimleyici (Descriptive) Geometri

Üç boyutlu uzaya birbirine dik ζ ve η düzlemleri yerleştirelim. Düzlemlerden biri, diyelim ζ, yatay, diğeri ise dikey olsun. Uzayın herhangi bir P noktasının bu iki düzlemin üstüne A ve B izdüşümlerini alalım. Sonra dikey η#düzlemini ζ'nın üstüne yatıralım. Böylece tek bir düzlem, ζ



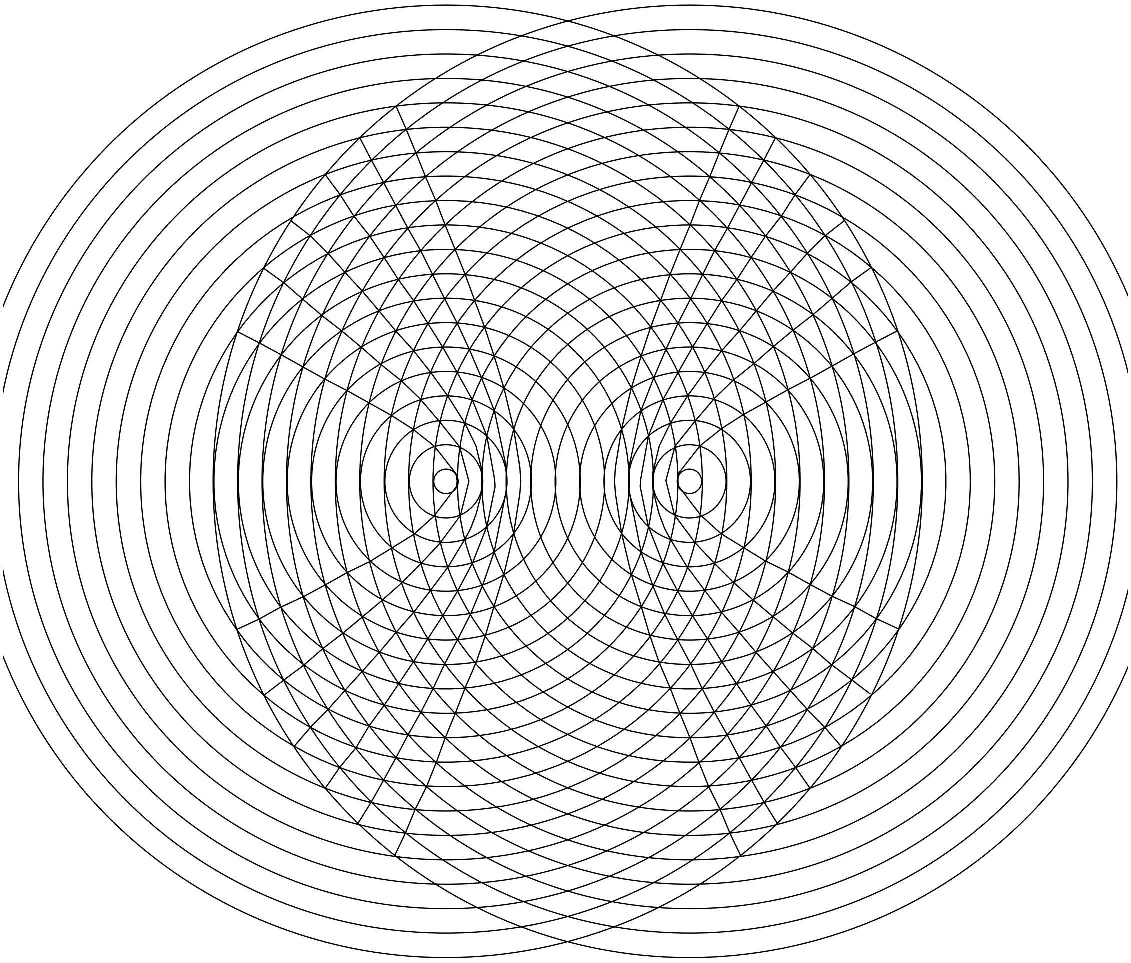
~ #η doğrusu ve A ve B noktalarını elde ederiz. Bu veriler bize uzaydaki P noktasını belirlerler. ***Betimleyici geometri***nin önemli konusu üç boyutlu uzayla iki boyutlu düzlem arasında yukarda açıklanan geçişi kurmaktır. Örneğin bir koniyle bir düzlemin nasıl bir eğride kesişeceği kolaylıkla bulunur. Özellikle mühendisler için çok yararlı bir konudur.

olan ilgi tekrar canlanmıştır. Özellikle Descartes'ın bulduğu koordinat sistemi (analitik geometri) konuya cebirsel yöntemlerle yaklaşmayı mümkün kılarak eski teoremlerin değişik kanıtlarının verilmesini ve yeni teoremlerin kanıtlanmasını sağlamıştır.

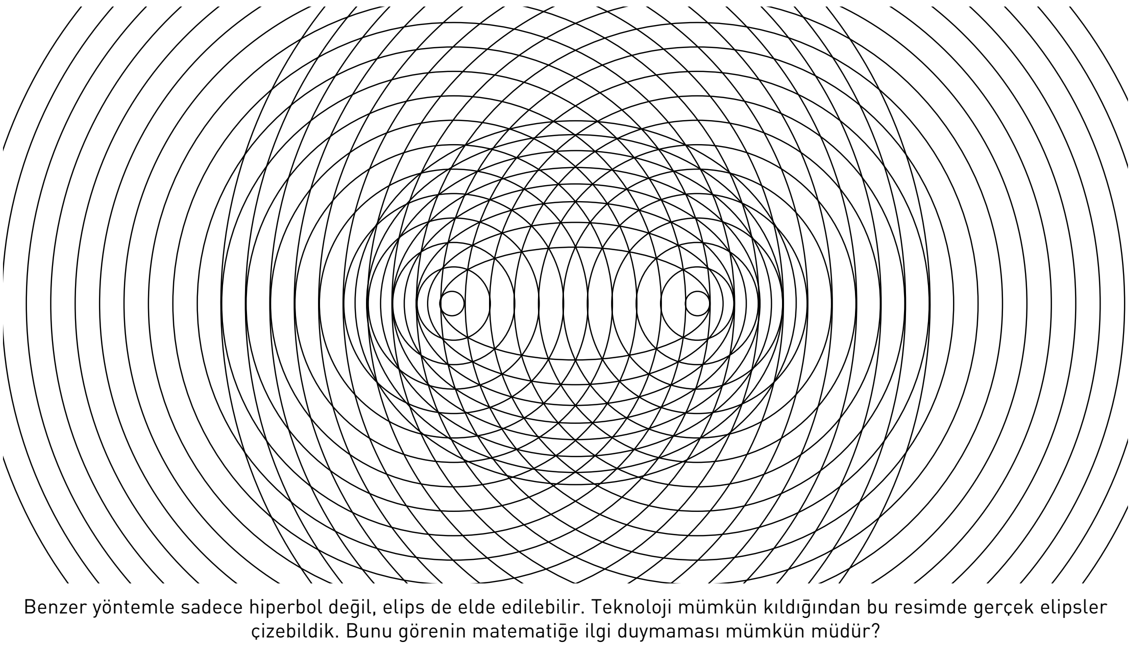
Resimde perspektifin öneminin anlaşılması ve betimleyici (descriptive) ve projektif geometrilerin doğuşuyla konikler daha da önem kazanır. Projektif geometriyle uğraşan Desargues, La Hire ve Pascal konikler konusunu ileri bir düzeye getirmişlerdir. Newton, Dandelin, Gergonne, Poncelet, Brianchon, Dupin ve Steiner ile birlikte konu daha zenginleşmiş ve güzelleşmiştir.

Geçen sayımızda Andrei Ratiu ve Selçuk Demir'in yazdıkları bir yazıda koniklerin birçok şaşırtıcı özellikleri verilerek konunun güzelliği gözler önüne seriliyordu. Okurun o yazıyı mutlaka (ama mutlaka! Israr etmek gibi olmasın...) okumasını öneririz. Büyük olasılıkla daha önce karşılaşmadıkları bir estetikle karşılaşacaklardır. Sanki bu kadarı yetmezmiş gibi, Andrei Ratiu'yla Selçuk Demir bu sayımız için okuyanların ayaklarını yerden kesecek yazılar yazdılar.

Koniklere dair söylenmesi gereken her şeyi bu konudaki ikinci sayımıza da sığdıramadık. Hiçbir zaman da sığdıramayacağız galiba. İlerde, fırsat oldukça, bugün kanımızca biraz küçümsenen bu olağanüstü güzel konuya değinmeyi umuyoruz. ♦



Aynı merkezli çemberlerden oluşan iki sistemin kesişimlerinden yukardaki şekildeki gibi hiperboller elde edilebilir. Çemberler ne kadar sık çizilirse, elde edilen şekil o kadar hiperbole benzer.



Benzer yöntemle sadece hiperbol değil, elips de elde edilebilir. Teknoloji mümkün kıldığından bu resimde gerçek elipsler çizebildik. Bunu görenin matematiğe ilgi duymaması mümkün müdür?