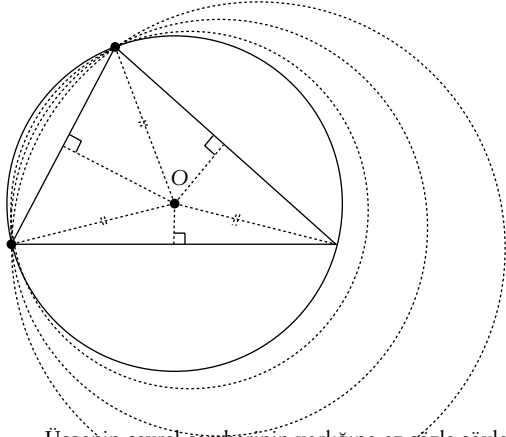


# Geometri Köşesi

Mustafa Yağcı / [yagcimustafa@yahoo.com](mailto:yagcimustafa@yahoo.com)  
[www.mustafayagci.com](http://www.mustafayagci.com)

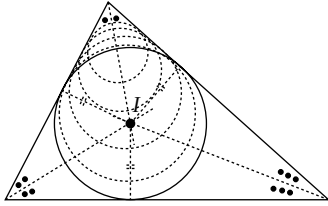
## Dokuz Nokta (ya da Feuerbach) Çemberi

Üçgenin çemberleri deyince akla ilk gelen üçgenin *çevrel çemberi* ve *iç çemberi* olur. Çevrel çember, üçgenin üç köşesinden geçen çemberdir; iç çemberse üçgenin üç kenarına da içten teğet olan çemberdir.



Üçgenin çevrel çemberinin varlığına az sözle şöyle ikna olabiliriz: İki sabit köşeden geçen büyük bir çember çizip bu çembere aynı köşelerden geçecek biçimde yavaş yavaş küçütelim. Bu çemberler bir zaman sonra üçüncü kenardan geçecektir.

Üçgenin çevrel çemberinin merkezi, üç köşeye eşit uzaklıkta olduğundan, üç kenarın ortadikmelerinin kesişimidir.

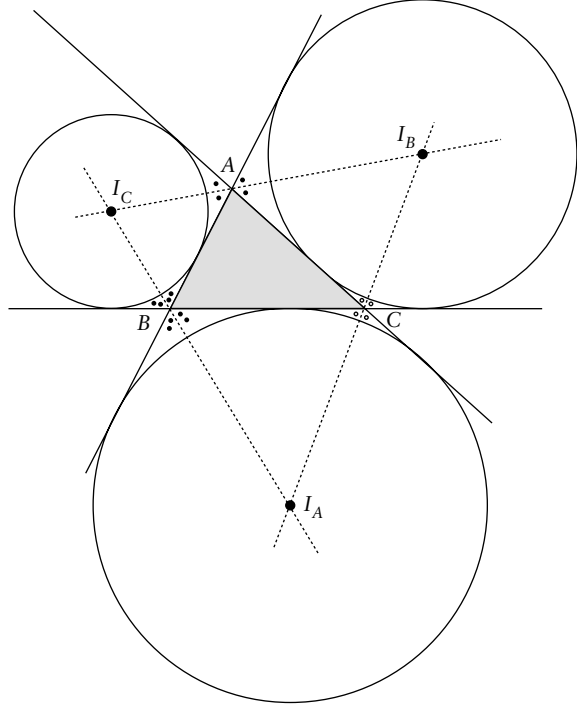


Üçgenin iç çemberinin varlığına (gene az sözle) şöyle ikna olabiliriz: İki kenara teğet olan küçük bir çember çizip bu çembere aynı kenarlara teğet olacak biçimde yavaş yavaş büyütelim. Bu çemberler bir zaman sonra üçüncü çembere teğet olacaktır.

Üçgenin iç çemberinin merkezi, her köşenin iki kenarına eşit uzaklıkta olduğundan, içaçıortayların kesişimidir.

İlk anda akla gelmeyebilir ama üçgenin başka özel çemberleri de vardır. Hem de “sürüsüne bereket” derler ya, o kadar. Örneğin, üçgenin kenarlarına dıştan teğet çemberler vardır. Üç tane olan bu çemberlere de üçgenin *dış teğet çemberleri* veya kısaca *dış çemberleri* denir. Bu çemberler özel olduklarından merkezlerine de özel isimler verilmiştir.

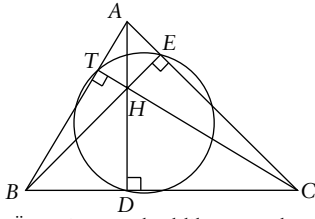
Çevrel çember merkezi  $O$ 'yla, iç çember merkezi  $I$ 'yla, dış çember merkezleri de  $I_A$ ,  $I_B$  ve  $I_C$  simgeleriyle gösterilirler. İşte resim:



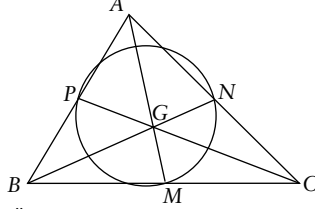
Bu yazımızda bunlar kadar çok bilinmeyen ama en az bunlar kadar önemli bir başka çemberi ve merkezini konu edeceğiz: Dokuz nokta çemberini ve merkezini. Adından da anlaşılabilir üzere, bu çember, üzerinde üçgenin 9 özel noktasını barındırır. Hangi noktalar mı? Az sonra...

Doğrusal olmayan her üç noktadan tek bir çemberin geçtiğini biliyoruz. O halde, üçgenin üç özel noktasından geçen bir çember üçgenin özel bir çemberidir.

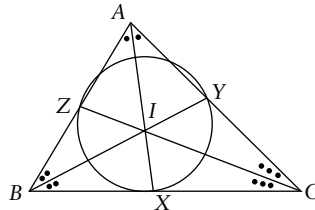
Örneğin eğer üçgen dik değilse, üçgenin üç yüksekliğinin ayağından geçen çember, üçgenin özel bir çemberidir. Bu üçgeni bir sonraki sayfada çizdik. Şekilde  $T$  noktasına  $F$  deseydik daha iyi olurdu. Ancak  $F$  harfi geleneksel olarak (bu yazıda göreceğimiz) bir başka nokta için kullanılır.



Üçgenin üç yükseklik ayağından geçen çember



Üçgenin üç kenarortay noktalarından geçen çember



Üçgenin üç içaçortay ayağından geçen çember

Aynı üçgenin (üçgen dik olsa da!) üç kenarortay ayağından geçen çemberi de çizebiliriz. Üçgenin üç içaçortay ayağından geçen çemberi de... Bu üç çember yukarıda görünüyor.

İlk iki çember ne kadar da birbirine benziyor... (Mikroskopla bakmak lazım!) Bizimki de laf! Sanki birbirine benzemeyen iki çember olabilirmiş gibi... Ama bunlar bir başka benziyorlar, sanki benzemekten de öte eşitler. Evet öyleler...

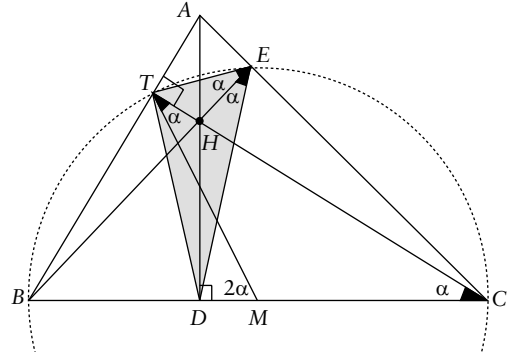
Bu eşliği ilk olarak Euler 1765'da farketmiş: Bir üçgenin yükseklik ayaklarından geçen çember kenarortay noktalarından da geçer.

Bu çemberin üzerinde şu an 6 özel nokta var. Tahmin ettiğiniz gibi 3 özel noktadan daha geçtiğini bulacağız ama önce şu ilk kısmı bir kanıtlayalım.

**Altı Nokta Çemberinin Kanıtı.**  $ABC$  üçgeninin yükseklik ayakları sırasıyla  $D, E$  ve  $T$  olsun.  $ABC$  üçgeninin yüksekliklerinin  $DET$  üçgeninin iç açortayları olduğunu MD-2004-III, sayfa 57'de kanıtlamıştık. ( $DET$  üçgenine  $ABC$  üçgeninin *ortik üçgeni* denir.)

$[BC]$  kenarının orta noktası  $M$  olsun.  $T, D, M, E$  noktalarının çembersel olduğunu kanıtlayabilirsek, aynı kanıtı  $[AC]$  ve  $[AB]$  kenarlarının orta noktaları için de yapabileceğimizden kanıt bitecek.

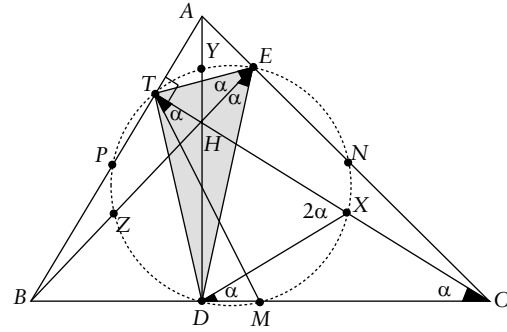
$BTC$  ve  $BEC$  diküçgen olduklarından,  $BTEC$



dörtgeni  $M$  merkezli  $BM$  yarıçaplı çemberin üstündedir. Demek ki  $TM = MC$ 'dir.  $m(TCM) = \alpha$  olsun. O zaman  $m(CTM) = m(TCM) = \alpha$  ve  $m(TMB) = 2\alpha$  olur. Aynı zamanda  $m(TED) = 2\alpha$  olduğundan,  $TDME$ 'nin bir kiriş dörtgeni olduğu çıkar. İstediklerimiz oldu.  $\square$

Unutmadan söyleyelim, Euler de ancak bu kadarını bulabilmiş; birazdan bulacağımız diğer üç noktayı o da fark edememiş.

Şimdi bu dörtgenin çevrel çemberini çizip, kanıtın ikinci kısmına geçiyoruz.

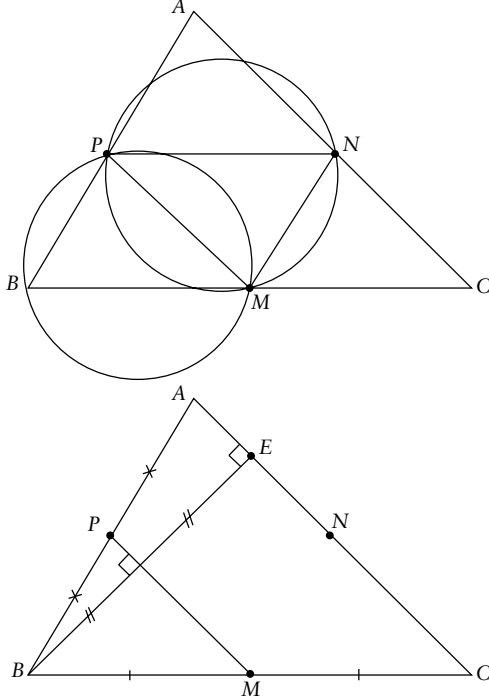


**Dokuz Nokta Çemberinin Kanıtı.**  $TDME$  kiriş dörtgeninin çevrel çemberi  $CH$  doğrusunu  $X$ 'te kessin.  $TED$  açısıyla  $TXD$  açısı aynı çember üzerinde aynı yayı gören çevre açılar olduğundan eşittirler.  $m(XCD) = \alpha$  ve  $m(TXD) = 2\alpha$  olduğundan  $XDC$  açısının ölçüsü de  $\alpha$ 'dır. Dolayısıyla  $DX = XC$ . Dolayısıyla,  $HDC$  diküçgen olduğundan,  $X$  noktası  $[HC]$ 'nin orta noktası. Benzer şekilde  $Y$  noktası  $[HA]$ 'nın,  $Z$  noktası da  $[HB]$ 'nin orta noktasıdır. Böylelikle 9 noktayı bulmuş olduk. Sayalım:  $ABC$  üçgeninin yükseklik ayakları  $D, E, T$ , kenarortay noktaları  $M, N, P$  ve diklik merkezini köşelere birleştiren doğru parçalarının orta noktaları  $X, Y, Z$ .

**İkinci Kanıt.** Eğer  $ABC$  üçgeninin dokuz nokta çemberini kenarortay noktaları olan  $M, N, P$  noktalarından geçen çember olarak tanımlasaydık, bu

durumda bu çemberin  $D, E, T$  ve  $X, Y, Z$  noktalarından geçtiğini kanıtlamalıydık. Şimdi bunun son derece sade bir kanıtını sunuyoruz:

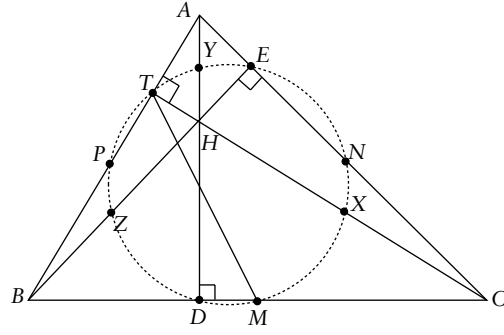
Önce  $ABC$  üçgeninin orta üçgeni olan  $MNP$  üçgenini çizelim.  $BMNP$  paralelkenar olduğundan  $MNP$  ile  $MBP$  üçgenlerinin eşliği aşikâr.



O halde  $MNP$  ile  $MBP$  üçgenlerinin çevrel çemberleri de eşitir. Hem de  $MP$  doğrusuna göre simetriktirler. Bu durumda  $B$  noktasının  $PM$ 'ye göre simetriği olan  $E$  noktası da  $MNP$  üçgeninin çevrel çemberinin üstünde olmalıdır. Ayrıca,  $PM$ ,  $ABC$  üçgeninin kenarortaylarını birleştirdiğinden,  $E$  noktası  $AC$  kenarının üstünde olmalıdır. Simetrisinin tanımından dolayı,  $BE$  doğrusu  $PM$ 'yi ve dolayısıyla  $AC$ 'yi dik keser. Demek ki  $E$ ,  $B$ 'ye ait yükseklik ayağıdır. Aynı işlemleri  $ANP$  ve  $MNC$  üçgenleri için de yaparsak,  $D$  ve  $T$  noktalarının da dokuz nokta çemberi üzerinde olacağını anlayabiliriz.

Şimdi bu kanıtladığımızı kullanarak çemberin ayrıca  $X, Y, Z$  noktalarından da geçtiğini kanıtlayalım. Bir sonraki şekilden takip edin.

$AHB$ ,  $BHC$  ve  $CHA$  üçgenlerine odaklanıyoruz. Bu üçgenlerin yükseklik ayaklarının  $ABC$  üçgeninkilerle aynı olduğunda yatıyor kanıt. O halde bu üçgenlerin dokuz nokta çemberiyle aynı olur. Sonuç olarak, bu çemberler, yukarıda gördüğümüz üzere,  $AHB$ ,  $BHC$  ve  $CHA$  üçgenlerinin kenarortay noktalarından da geçmelidir. Kanıt tamamlanmıştır.



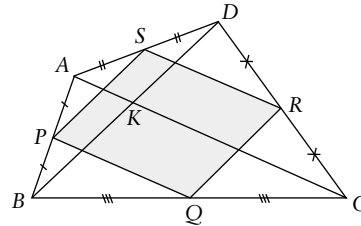
### Üçüncü Kanıt.

Önce, üçüncü kanıtımızda kullanacağımız bir teoremi sunup kanıtlayalım. Fransız matematikçi Pierre Varignon'a (1654-1722) ait olan bu ilginç teoremin mutlaka bilinmesi gerekir.



Pierre Varignon (1654-1722)

**Varignon Teoremi.** Bir dörtgenin kenarortay noktaları bir paralelkenar belirtir ve bu paralelkenarın kenarları köşegenlere paraleldir.

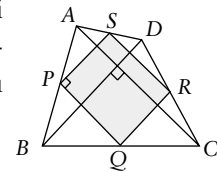


**Kanıt:** Dörtgenimiz  $ABCD$  ve bu dörtgenin  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$ ,  $DA$  kenarlarının orta noktaları da sırasıyla  $P$ ,  $Q$ ,  $R$ ,  $S$  olsun.  $P$  ve  $S$  orta noktalar olduğundan  $ABD$  üçgeninde  $[PS]$  orta tabandır. Benzer şekilde  $[PQ]$ ,  $[QR]$  ve  $[RS]$ 'nin de orta taban olduğunu buluruz. Orta tabanlar, ilgili tabanlara paralel olduğundan  $PQRS$  dörtgeni bir paralelkenardır.  $\square$

Bu paralelkenara *Varignon paralelkenarı* denir.

Varignon paralelkenarının iç açı ölçüleri, dörtgenin köşegenlerinin belirttiği açılardan ölçülür. Bunu,  $DKC$  ile  $SPQ$  açılarının kollarının birbirlerine paralel olmasına borçludur.

O halde bir dikgenin, yani köşegenleri dik olan bir dörtgenin Varignon paralelkenarı bir dikdörtgendir.



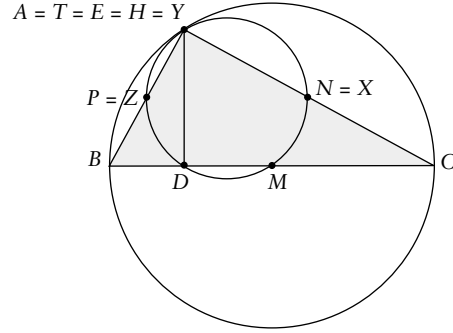
Varignon teoremi sadece dışbükey dörtgenler için değil, tüm dörtgenler için geçerlidir. Dörtgenin içbükey, çapraz ya da aykırı olması önermenin doğruluğunu bozamaz. Dışbükeye yapılan kanıtın işlemleri aynen uygulanırsa bu görülür. Şimdi tekrar dokuz nokta çemberine dönüyoruz.

Bir  $ABC$  üçgeni ve bu üçgenin  $AD$ ,  $BE$ ,  $CT$  yüksekliklerini çizelim. Yüksekliklerin kesiştiği yere, yani diklik merkezine her zamanki gibi  $H$  diyelim.  $HA$ ,  $HC$  ve  $HB$ 'nin ortanoktaları da sırasıyla  $X$ ,  $Y$  ve  $Z$  olsun.

Üstteki şekillerden de görüldüğü üzere,  $ABCH$ ,  $ABHC$  ve  $AHBC$  içbükey dörtgenleri dikgendir. O halde Varignon Teoremi gereği  $PMXY$ ,  $PZYN$  ve  $YZMN$  dörtgenleri birer dikdörtgendir. Buraya dikkat! Bu dikdörtgenlerin çevrel çemberleri tek bir çemberi işaret eder. Zira dikdörtgenlerin köşegeni çemberin çapı olacaktır ve köşegenlere bakılırsa  $YM = PX = ZN$  olduğu görülür. Bu durumda  $Y$ ,  $P$ ,  $M$ ,  $X$ ,  $Z$ ,  $N$  noktalarının çemberdeş olduğunu anlarız. Diğer yandan  $YDM$ ,  $XTP$  ve  $NEZ$  dik üçgenlerinin hipotenüsleri de dikdörtgenlerin köşe-

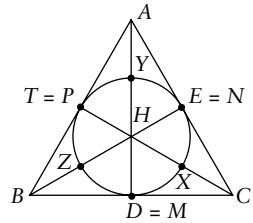
gen uzunluklarına eşit olduğundan  $D$ ,  $E$ ,  $T$  noktaları da aynı çember üzerindedir. Sonuçta  $Y$ ,  $T$ ,  $P$ ,  $Z$ ,  $D$ ,  $M$ ,  $X$ ,  $N$ ,  $E$  noktalarından geçen çember  $ABC$  üçgeninin dokuz nokta çemberidir.  $\square$

**Diküçgende Ne Oluyor?** Eğer üçgen dikse, o zaman noktalardan bazıları eşitleniyor ve geriye sadece beş nokta kalıyor. Bu durum üçgenlerin dik

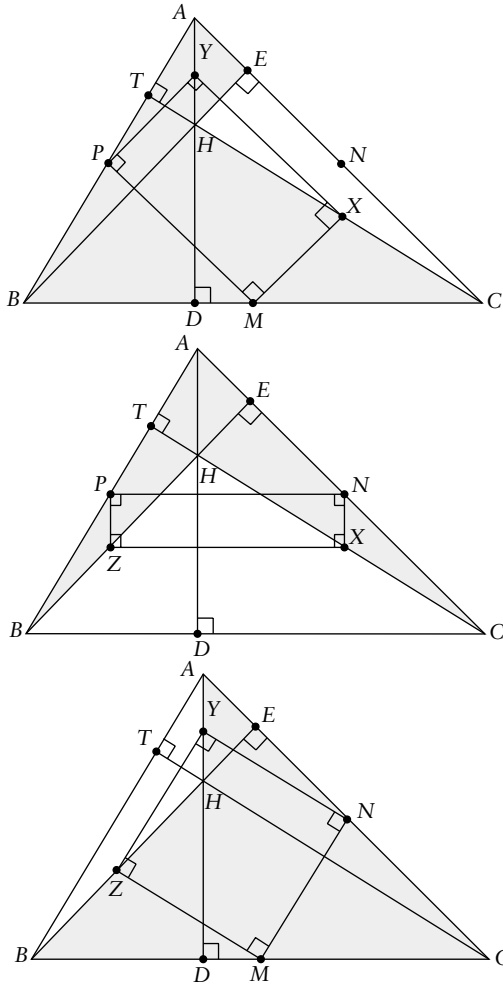
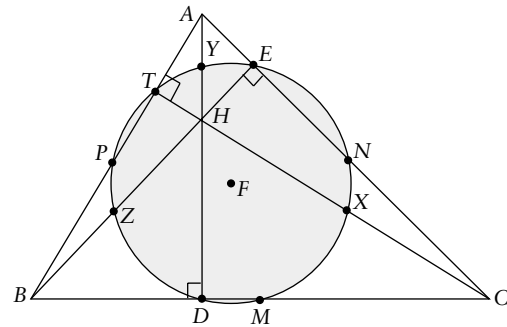


olmadığı diğer durumların limiti olduğundan, üçgenler dikleştikçe dokuz nokta çemberleri giderek bu beş noktadan geçen bir başka çembere, üstelik çevrel çembere içten teğet olan bir çembere yakınsarlar.

**Eşkenar Üçgende Ne Oluyor?** Bir başka ilginç durum da üçgen eşkenar olduğunda ortaya çıkıyor. İlginç dediğimize bakmayın siz, aslında en ilginç olmayan durum. Bu durumda, dokuz noktadan altısı ikiye ikiye özdeşleşerek geriye sadece altı nokta kalıyor ve dokuz nokta çemberi içteğet çemberine dönüşüyor. Kanıtı çok kolay.

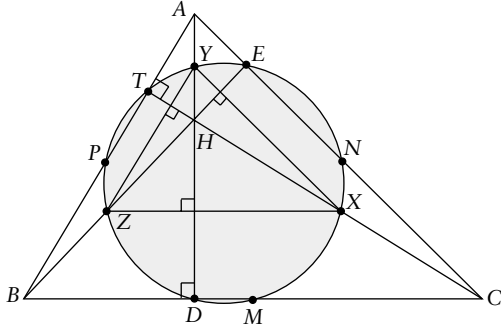


**Dokuz Nokta Merkezi.** Dokuz nokta çemberinin merkezi genelde  $F$  veya  $N$  ile gösterilir. Biz bu noktayı  $F$  ile göstereceğimizi yazının başlarında ima ettik, çünkü nokta Napoléon noktasıyla karışsın istemiyoruz.



**Dokuz Nokta Çemberinin Yarıçapını Bulmak.** Madem her üçgenin sadece bir tane dokuz nokta çemberi var, o çemberin yarıçapı üçgenin boyutlarına göre ifade edilebilmeli. Şimdi bu yarıçapın nasıl hesaplanacağını göreceğiz. Hesabın ne kadar uzun süreceğini baştan söyleyeyim. Çevrel çember yarıçapının hesaplanma süresinden en çok 1 saniye daha uzun sürecek, eğer aşağıdaki teoremi biliyorsanız...

**Teorem 1.** Dokuz nokta çemberinin yarıçapı, çevrel çember yarıçapının yarısıdır.



**Kanıt:** Y, Z, X noktaları sırasıyla [AH], [BH], [CH] doğru parçalarının orta noktaları olduğundan  $YZ \parallel AB$ ,  $ZX \parallel BC$ ,  $XY \parallel CA$  olur. O halde  $YZX \approx ABC$  olur. Benzerlik oranının 1:2 olduğu sanırım aşikâr.  $ABC$  üçgeninin dokuz nokta çemberi  $YZX$  üçgeninin çevrel çemberi olduğundan teorem kanıtlanmış oldu. □

**İkinci Kanıt:** Şöyle de düşünebiliriz:  $ABC$  üçgeniyle  $MNP$  üçgeninin 1:2 oranında benzer olduğunu biliyoruz.  $ABC$  üçgenine göre dokuz nokta çemberi olan çember,  $MNP$  üçgenine göre çevrel çemberdir. Bu son çemberin yarıçapı da  $ABC$  üçgeninin çevrel çemberinin yarısıdır. □

Dik üçgenler için hesap çok daha basit oluyor. Dik üçgenlerde hipotenüs çevrel çember çapına eşit olduğundan, dik üçgenlerin dokuz nokta çemberlerinin yarıçapları hipotenüslerinin 1/4'üdür.

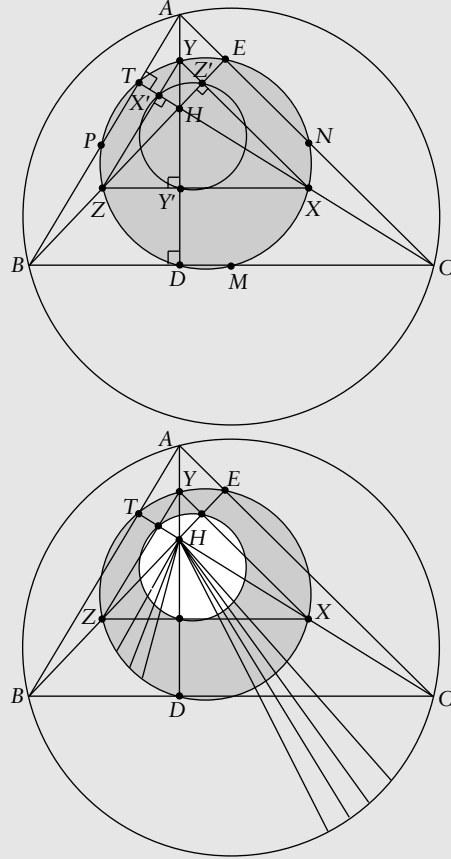


**F üçgenin neresinde?** Şimdi de dokuz nokta merkezinin üçgenin neresinde konumlandığına bir göz atalım. Aşağıdaki teoremle birlikte  $F$ 'yi elimizle koymuş gibi bulabileceğiz.

**Teorem 2.** Dokuz nokta çemberinin merkezi  $F$ , üçgenin diklik merkezi  $H$  ile çevrel çember merkezi olan  $O$ 'yu birleştiren doğru parçasının orta noktasıdır. Yani  $|HF| = |FO|$ .

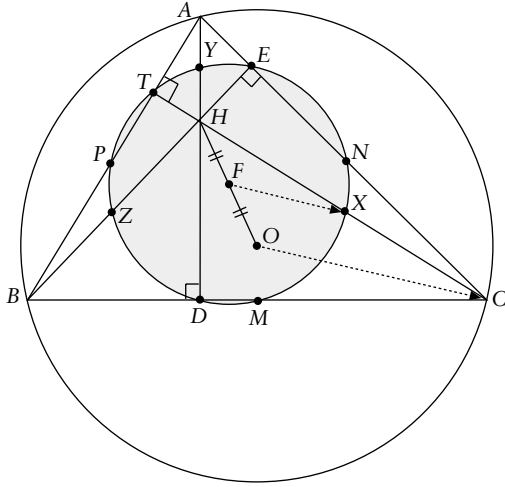
### Ek Olarak...

Diklik merkezi  $H$ 'den üçgenin çevrel çemberine çizilen tüm doğru parçalarını dokuz nokta çemberi iki eşit uzunlukta parçaya ayırır. Örneğin,  $|HY| = |YA|$ ,  $|HZ| = |ZB|$  ve  $|HX| = |XC|$ .  $H$ 'den çevrel çembere çizilecek tüm doğru parçaları için bu eşitliklerin sağlanacağını kanıtını okura bırakıyoruz.



Diğer yandan  $ABC$ 'nin dokuz nokta çemberi  $XYZ$ 'nin çevrel çemberi olduğundan ve  $X'Y'Z'$  üçgeninin çevrel çemberi  $XYZ$  üçgeninin dokuz nokta çemberi olduğundan, biraz önce gördüğümüzden,  $|HX'| = |X'T|$ ,  $|HY'| = |Y'D|$  ve  $|HZ'| = |Z'E|$  çıkar.

**Kanıt:**  $HOC$  üçgenini çizelim. Dokuz nokta çemberinin  $HC$ 'yi kestiği nokta  $X$  olsun.  $|HX| = |XC|$  olduğunu biliyoruz.  $X$ 'ten  $OC$ 'ye paralel çizilen doğrunun  $HO$ 'yu kestiği nokta aranan  $F$  noktasıdır, çünkü  $X$  orta nokta olduğundan  $HOC$  üç-



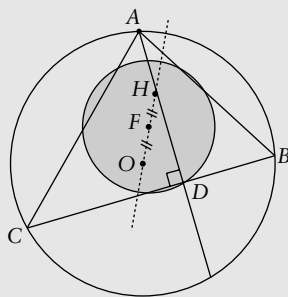
geninde  $[FX]$  orta taban olur ve boyu da çevrel çember yarıçapının yarısı kadar olur.  $X$  için yaptığımızı  $Y$  (ve  $Z$ ) için de yapabileceğimizden  $F$  gerçekten 9 nokta çemberinin merkezidir.  $\square$

**Alıştırma.** Çevrel çember yarıçapı  $R$  olan bir  $ABC$  üçgeninde  $FA^2 + FB^2 + FC^2 + FH^2 = 3R^2$ 'dir.

### Ayrıca...

Bir üçgenin çevrel çemberinin üstüne, diklik merkezi  $ABC$  üçgenininkiyle aynı olan üçgenler yerleştirilirse, bu üçgenlerin hepsinin dokuz nokta çemberleri aynı olur.

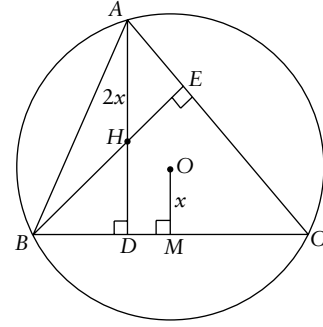
Biri diğerinin yarısı ve  $O$  ve  $F$  merkezli iç içe iki çember verilsin. Ayrıca  $OF$  üstünde  $|OF| = |FH|$  eşitliğini sağlayan bir  $H \neq O$  noktası verilsin. Diklik merkezi  $H$ , çevrel çemberi büyük çember, 9 nokta çemberi küçük çember olan bir  $ABC$  üçgeni şöyle bulunur:  $A$ , büyük çember üstünde herhangi bir nokta olsun.  $AH$



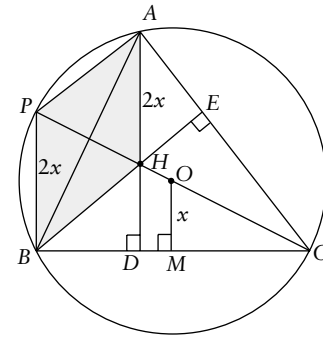
doğrusu küçük çemberi  $D$ 'de kessin.  $D$ 'den  $AD$ 'ye çekilen dik, büyük çemberi  $B$  ve  $C$  noktalarında kessin. İşte istenen  $ABC$  üçgeni. Kanıtı okura bırakıyoruz.

**Euler Doğrusu.**  $F$ 'nin  $H$  ve  $O$ 'ya eşit uzaklıkta olması ilginç ama aynı zamanda bu üç noktanın doğrusal olması  $F$ 'ye başka bir ilginçlik katmakta. MD 2004-III, sayfa 60'da kanıtladığımız şu önsavı bir daha kanıtlayacağız:

**Önsav.** Herhangi bir  $ABC$  üçgeni verilsin ve bu üçgenin çevrel çemberi çizilsin. Üçgenin herhangi bir köşesinin diklik merkezine olan uzaklığı, çevrel çember merkezine seçilmiş köşenin karşısındaki kenara olan uzaklığının iki katıdır. Yani yandaki şekle göre,  $|AH| = 2 \cdot |OM|$ .



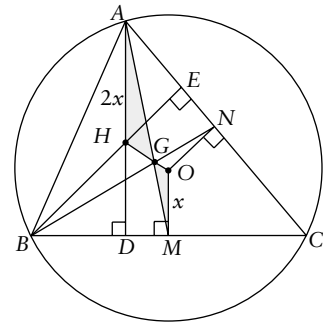
**Kanıt:**  $C$ 'den geçen çap, çevrel çemberi  $P$ 'de kessin. Tales'in ünlü teoremi gereği çapı gören çevre açılar dik olduğundan,  $m(CAP) = m(CBP) = 90^\circ$ .



$|PO| = |OC|$  ve  $|BM| = |MC|$  olduğundan,  $PBC$  üçgeninde  $OM$  orta tabandır.  $|OM| = x$  ise  $|PB| = 2x$  olur. Diğer yandan  $PB \parallel AD$  ve  $PA \parallel BE$  olduğundan (çünkü  $m(PBC) = m(PAC) = 90^\circ$ ),  $PBHA$  bir paralelkenardır. O halde  $|AH| = |PB| = 2x$ 'dir.  $\square$

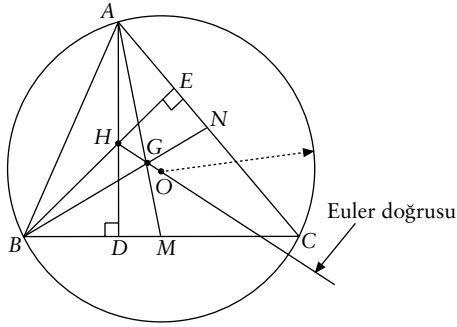
**Teorem 3.** Bir üçgende diklik merkezi  $H$ , kenarortayların kesişimi (ağırlık merkezi)  $G$  ve çevrel çember merkezi  $O$  doğrusaldır.

**Kanıt:** Şekilden takip edelim.  $AM$  kenarortaydır. Diğer yandan  $AH \parallel OM$  olduğundan kelebek oluşur. Önsavdan dolayı  $|AH| = 2|OM|$  olduğundan kelebekteki benzerlik oranı  $2:1$ 'dir. O halde  $BN$ 'nin  $AM$ 'yi kestiği nokta,  $2:1$  oranından dolayı,  $ABC$  üçgensel bölgesinin ağırlık merkezidir. Böylelikle kanıt tamamlanır.  $\square$

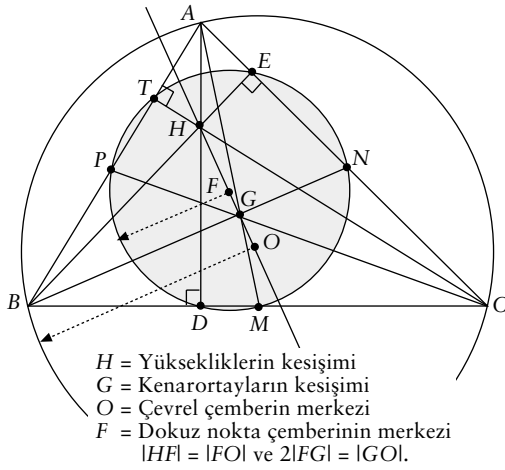


Doğrusallığın yanısıra  $|HG| = 2|GO|$  eşitliğini de kanıtladığımızı fark ettiniz mi?

$H, G, O$  noktalarının üzerinde buldukları bu doğruya **Euler Doğrusu** denir. Bu doğru daha



onlarca özel noktayı da üzerinde barındırır. Örneğin Teorem 2'de  $F$ 'nin de Euler doğrusu üzerinde olduğunu öğrendik.



Şimdi tüm bu yazıyı uğruna yazdığımız bir teoreme geldik.

## Harmonik Sıra

$W, Y, X, Z$  noktaları doğrusal dört nokta olsun. Eğer  $|WY|/|YX| = |WZ|/|ZX|$  ise  $Y$  ve  $Z$  noktalarına  $W$  ve  $X$  noktalarının **harmonik eşlenikleri** denir. Bu dört noktanın da **harmonik sırada** oldukları söylenir.

$|HG| = 2|GO|$  ve  $|HF| = |FO|$  eşitliklerinden  $|HF| : |FG| : |GO| = 3 : 1 : 2$  olduğunu buluruz.

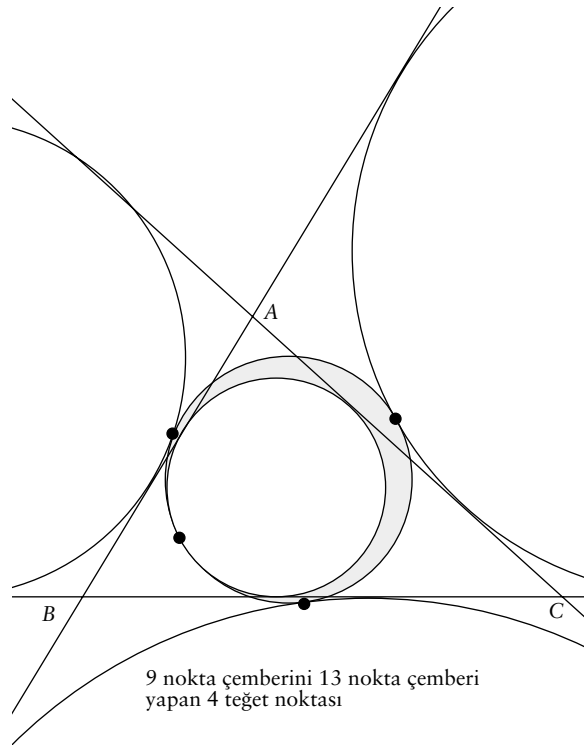
$$|OG|/|GF| = |OH|/|HF| = 2$$

olduğundan,  $G$  ve  $H$  noktaları,  $O$  ve  $F$  noktalarının harmonik eşlenikleridir. Bundan dolayı da  $O, G, F, H$  noktaları harmonik sıradadırlar.

## Peki, İççember Merkezi Nerde?

$I$  noktası da bu Euler doğrusunun üstünde mi diye merak ettiyseniz söyleyeyim, her zaman değil! Üçgen ikizkenar ise üstünde, değilse değil... Üçgenin çeşitkenar olduğunu varsayalım. O halde herhangi bir köşesinden geçen yükseklik, iç açıortay ve kenarortayın o köşe dışında ortak bir noktaları yoktur. Bu durum diğer köşeler için de geçerli olduğundan diklik merkezi, iç çember merkezi ve ağırlık merkezi bir üçgen oluştururlar. Ama üçgen ikizkenar olursa, tepeye ait yükseklik, iç açıortay ve kenarortay çakışır. Yani  $H, I, G$  doğrusaldır.  $HG$  doğrusu zaten Euler doğrusu olduğundan  $I$  da üstünde olur.

**Feuerbach Teoremi.** Bir üçgenin dokuz nokta çemberi, o üçgenin iç çemberine içten, dış çemberlerine dıştan teğettir.



Bu teoremi Feuerbach (1800-1834) bulmuş ve kanıtlamıştır. Onun anısına bu noktalara **Feuerbach Noktaları** denir. Hatta bu teğet noktalarının belirttikleri üçgenlere de Feuerbach üçgenleri. (Şimdi **onüç nokta çemberi** oldu!)

Feuerbach Teoremi'ni kanıtlayacak yerimiz kalmadı. Mecburen gelecek sayıyı bekleyeceksiniz. ♣