



Geometri Problemi

Mustafa Yağcı
yagcimustafa@yahoo.com

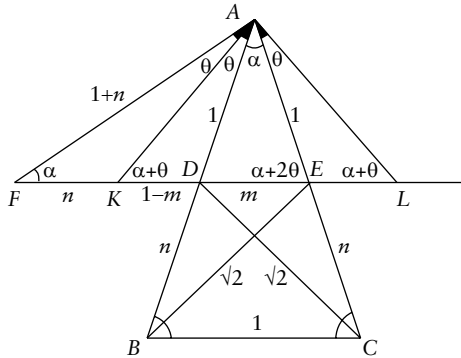
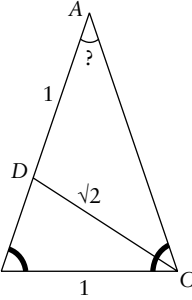
2005-III Problemi ve Çözümü

Yandaki şekilde,

ABC bir üçgen,
 $|AB| = |AC|$,
 $|AD| = |BC| = 1$,
 $|CD| = \sqrt{2}$

ise $m(\angle CAB)$ kaçtır?

Çözüm: Aşağıdaki şekilde izleyin. D noktasından BC 'ye paralel çizilen doğru AC 'yi E 'de kessin. $|DE| = m$ diyelim. ADE ikizkenar üçgen olduğundan $|AD| = |AE| = 1$ ve $DBCE$ de bir ikizkenar yamuk olduğundan, $|DB| = n$ denirse, $|EC| = n$ ve $|BE| = |DC| = \sqrt{2}$ olur.



Diğer yandan ikizkenar bir yamuk kiriş dörtgeni olduğundan $DBCE$ dörtgeninde Batlamyus (Ptolemy) Teoremi¹ gereği (MD-2003-IV, sayfa 68) $m \cdot 1 + n \cdot n = \sqrt{2} \times \sqrt{2}$, yani $m + n^2 = 2$ elde ederiz. Buradan $n^2 = 2 - m$ yani $n = \sqrt{2 - m}$ olduğunu bir kenara not edelim.

Şimdi $[ED]$ üzerinde AFE ikizkenar olacak şekilde bir F noktası alalım. $m(\angle FAD) = 2\theta$ olsun. $m(\angle ABC) = m(\angle ACB) = m(\angle AEF) = m(\angle FAE) = \alpha + 2\theta$ olur. AFE ile CAB üçgenlerine dikkat edilirse hem taban açıları aynı hem de taban uzunlukları aynı olduklarından eşittirler. O halde $m(\angle AFE) = \alpha$ ve $|FA| = |FE| = 1 + n$ olur.

¹ Kiriş dörtgenlerinde karşılıklı kenarların çarpımlarının toplamı, köşegenler çarpımına eşittir.

Şimdi DAF açısının açıortayını çizelim. Bu açıortay FD 'yi K 'da kessin. $m(\angle EKA) = m(\angle EAK) = \alpha + \theta$ olacağından AEK ikizkenar olur, o halde $|EA| = |EK| = 1$ olduğundan $|FK| = n$ ve $|KD| = 1 - m$ olur.

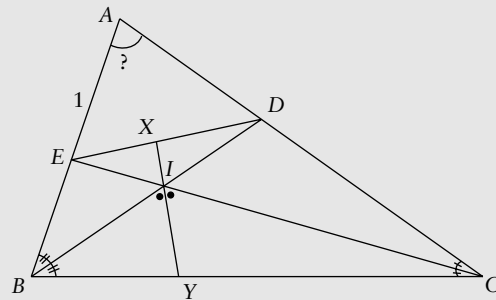
$[DE]$ üzerinde bir L noktası için KAL ikizkenar üçgeni çizilirse ADK ve AEL üçgenlerinin eşliğinden $|EL| = 1 - m$ olur. AEK ile LAK üçgenleri benzer olduğundan $|AK|^2 = |KE| \cdot |KL|$ olur ki buradan $|AK| = \sqrt{2 - m}$

bulunur. Daha önce $\sqrt{2 - m} = n$ olduğunu bulduğumuzdan $|AK| = |KF|$ yani $\alpha = \theta$ çıkar.

Şimdi canınızın istediği bir üçgenin iç açılarının ölçülerini toplarsanız 7α bulursunuz ki, bu da $\alpha = 180^\circ/7$ demektir.

Yanıtlar: Toplam 12 yanıt geldi. 10'u yanlış. Burak Canbaz doğru yanıtı vermiş ama kanıt yollamamış. Saymıyorum! Akın Ozay trigonometri kullanarak da olsa doğru kanıtlamış.

Ödüllü 2005-IV Sorusu



ABC bir üçgen.

B ve C 'den çıkılan içaçıortaylar AC ve AB kenarlarını sırasıyla D ve E noktalarında kessin.

BD ve CE içaçıortayları I 'de kesişsin.

BIC açısının açıortayı ED ve BC 'yi sırasıyla X ve Y 'de kessin.

$XI : IY = 1 : 2$ olsun.

$m(\angle CAB)$ 'yi bulun.