

Cahit Arf Matematik Günleri IV - 2005

Birinci Gün
12 Mart 2005

İstanbul Bilgi Üniversitesi Matematik Bölümü tarafından düzenlenen Cahit Arf Matematik Günleri'nin dördüncüsü 130 dolayında öğrencinin katılımıyla gerçekleşmiştir. Cahit Arf Matematik Günleri lise-lerarası ve iki aşamadan oluşan bir matematik yarışmasıdır. Üç saat süren birinci aşamadan sonra seçilen 30 dolayında öğrenci gün boyu süren ikinci aşamaya hak kazanır. Daha ayrıntılı bilgi ve verilen ödüller için: <http://math.bilgi.edu.tr/cahitarf>.

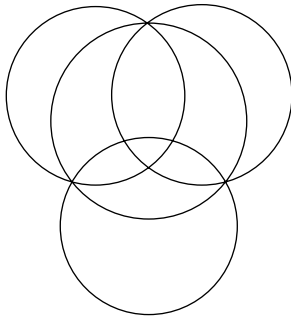
1. Rastgele karıştırılmış bir deste iskambil kağıdında en üst ve en alttaki kâğıtların as olma olasılığını hesaplayınız.

m
m a
m a t
m a t e
m a t e m
m a t e m a
m a t e m a t
m a t e m a t i
m a t e m a t i k
a t e m a t i k
t e m a t i k
e m a t i k
m a t i k
a t i k
t i k
i k
k

2. Yandaki şekilde, sadece dikey ve yatay olarak birer basamak hareket edebilen birinin MATEMATİK sözcüğünü kaç türlü okuyabileceğini bulunuz.

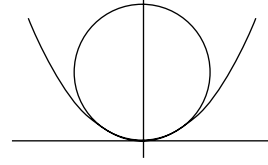
3. Dikdörtgen şeklindeki bir bilardo masasının üzerinde iki nokta belirleniyor ve bu noktalara iki bilardo topu yerleştiriliyor. Bu toplardan birini tam üç değişik kenara çarptıktan sonra ikinciye çarpacak şekilde bir vuruş yapmak her zaman mümkündür. Bu nasıl yapılır?

4. Dört çember yardımıyla yandaki şekilde görüldüğü gibi on sınırlı bölge oluşturulmuştur. Bu



bölgelere 1'den 10'a kadar olan sayıların herbiri öyle yerleştirilmiştir ki her çember içinde kalan sayıların toplamı aynıdır. Bütün çemberlerin içinde kalan ortadaki bölgeye karşılık gelen sayıyı bulunuz.

5. $y = x^2$ şeklindeki bir parabolün içine sığacak ve parabolün tepe noktasına değecek en büyük çemberin yarıçapını bulunuz.



6. Bir kenarı a olan bir kareyi kaplamak için gene bir kenarı a olan eşkenar üçgenlerden en az dört taneye ihtiyaç olduğunu kanıtlayınız.

7. $R[X]$ polinomlar halkası üzerinde tanımlanmış bir $\delta : R[X] \rightarrow R[X]$ fonksiyonu her $a \in R$ ve her f, g için $\delta(af) = a\delta(f)$, $\delta(f + g) = \delta(f) + \delta(g)$ ve $\delta(fg) = f\delta(g) + g\delta(f)$ koşullarını sağlıyorsa bu δ fonksiyonuna $R[X]$ halkasının bir *türevi* denir. $R[X]$ halkasının bütün türevlerini bulunuz.

8. $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a, b, c \in R, a \neq 0$) şeklindeki fonksiyonlar kümesinde şöyle bir çarpma işlemi tanımlanıyor: Her f, g fonksiyonları ve her $x \in R$ için

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)).$$

$f \circ g = g \circ f$ koşulunu sağlayan yukarıdaki gibi bütün f ve g fonksiyonlarını bulunuz. ♣

