

Oyun Köşesi

Ateş Farfara

Kapı Kapandı Oyunu

Matematikçiler genelde oyunbaz olurlar. Çağımızın oyunbaz olup da en üretken matematikçisi de herhalde John Conway'dir. Gerçekten de John Conway yalnız oyun oynamakla kalmaz, ayrıca, son derece ciddi, ku-

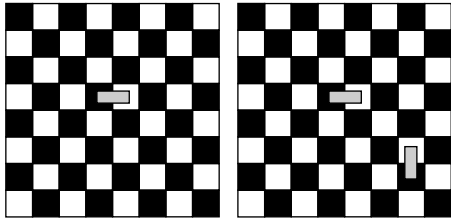
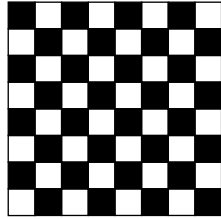


John Conway

ramsal ve hatta klasik matematikle oyunlar arasında şaşırıcı ve hiç beklenmedik bağlar kurar.

John Conway'ın hoşuna giden oyunlardan biri **On Numbers and Games** kitabına aldığı ve Goran Andersson'un bulduğu **Kapı Kapandı** (Stop Gate) oyunudur.

Kapı Kapandı oyunu bildiğimiz 8×8 ya da $n \times m$ boyutlu bir satranç tahtası üzerinde iki kişi tarafından oynanır. Her iki oyuncunun da elinde iki kareyi kaplayacak uzunlukta şeritler vardır. Bu şeritler yeterince uzun domino taşları olabilir. Domino taşları yerine iki kareyi kaplayacak uzunlukta karton ya da kâğıt parçaları da kullanılabilir.



Birinci oyuncu domino taşlarından birini satranç tahtası üstüne yatay koyarak iki kare kaplar. Örneğin birinci oyuncunun ilk hamlesi yukardaki soldaki şekildeki gibi olabilir. İkinci oyuncu benzer hamle yapar ancak domino taşını dikey koymak zorundadır.

Birinci oyuncu hep yatay oynar ikinci oyuncu hep dikey.

Hamle yapamayan oyuncu oyunu kaybeder.

Bu oyunu kim nasıl oynarsa kazanır?

Bu tür oyunlarda iki oyuncudan birinin mutla-

ka bir '**kazanan stratejisi**' vardır. Yani diğeri nasıl oynarsa oynasın, oyuncularından biri mutlaka kendisini kazandıracak hamleyi - en azından teorik olarak - bulabilir. Çünkü oyun sonludur, yani sonlu hamle sonra biter (bu oyun en fazla 32 hamle sonra biter), üstelik her aşamada her oyuncunun sonlu tane hamle seçeneği vardır (en fazla $7 \times 8 = 56$), ayrıca oyunda beraberlik yoktur ve en önemlisi oyunda saklı bilgi yoktur, yani bir oyuncunun bildiğini diğer oyuncu da bilir. Bu tür oyunlarda iki oyuncudan birinin kazanan stratejisini olduğunu kanıtlamak zor değildir. [MD-2003-III, sayfa 71.]

Bu oyunun kazanan stratejisini bilmiyorum. Conway'ın bilip bilmediğini de bilmiyorum. Ama anladığım kadarıyla oyunun matematiksel bir çözümlenmesi yapılmış değil. Yani kazanan stratejisinin olduğu biliniyor ancak bu strateji (sanırım) bilinmiyor.

Kazanan strateji bilinmese de oyunu nasıl kötü oynayabileceğimiz hakkında genel bir fikir elde edebiliriz. Bunun için küçük oyunların analizini yapalım.

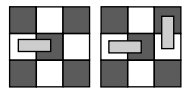
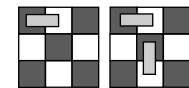
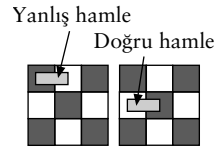
2×2 ya da 3×3 'lük dama tahtasında oyunu ilk oynayan kazanır.

2×2 'lik oyunda birinci oyuncu nasıl oynarsa oynasın daha ilk hamlede oyunu kazanır (zaten birbirine eşdeğer sadece iki hamlesi vardır.)

Ancak 3×3 'lük oyunda birinci oyuncu yanlış oynarsa oyunu kaybedebilir. Doğru oynaması gerekir. Yanlış hamleyle doğru hamleyi yandaki şekilde gösterdik.

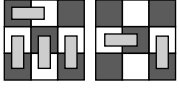
Yanlış hamlenin oyunu nasıl kaybettireceği de yandaki şekilden belli olmalı. İkinci oyuncu doğru oynarsa birinci oyuncu bir sonraki hamlesini yapamayarak oyunu kaybeder.

Doğru hamleyle birinci oyuncunun oyunu nasıl kazana-



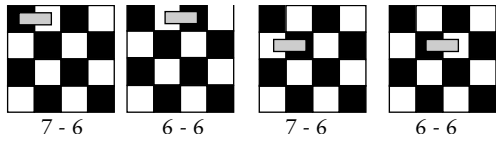
cağı da belli olmalı. Bu hamleden sonra ikinci oyuncunun birbirine eşdeğer iki hamlesi vardır; hangisini yaparsa yapsın bir sonraki dominosunu koyacak yer bulamaz ve oyunu kaybeder.

Doğru hamlenin neden doğru, yanlış hamlenin neden yanlış olduğunun daha derin bir nedeni vardır. Doğru hamle yanlış hamleye göre ikinci oyuncuya daha az sayıda hamle bırakıyor: Doğru ham-



le ikinci oyuncuya tek bir hamle bırakırken yanlış hamle ikinci oyuncuya üç hamle bırakıyor. İşte genel yöntem olarak bu ilkeyi kabul edebiliriz: Diğer oyuncuya olabildiğince az sayıda hamle bırakmak. Bu genel stratejiyle oynarsanız kazanma şansınızı artırabilirsiniz.

Ama bundan daha iyi bir strateji de var. Bu stratejiyi görmek için 4×4 boyutlu oyuna bakalım. Birinci oyuncunun birbirinden 'gerçekten' değişik dört hamlesi var. Bu hamlelerin dördünü aşağıda gösterdik. Şimdi ikinci oyuncunun tek başına



oynadığını varsayarsak, bu hamlelerin her biri diğer oyuncuya toplam 6 hamle bırakıyor. Bu anlamda eşdeğerler. Yalnız birinciyle üçüncü hamleler birinci oyuncuya (gene tek başına oynadığını varsayarsak) 7 hamle bırakırken ikinciyle dördüncü hamleler 6 hamle bırakıyor. 'Demek ki' birinciyle üçüncü hamleler **sanki** daha doğru hamleler.

Öte yandan üçüncü hamle birincisinden **sanki** daha iyi, çünkü birinci hamle diğer oyuncuya bir sonraki hamle için 10 değişik seçenek sunarken üçüncü hamle sadece 8 seçenek sunuyor. Diğer oyuncunun özgürlüğünü kısıtlamakta ancak yarar olabilir. Demek ki üç ilkemiz var:

1. Diğer oyuncunun tek başına yapabileceği hamle sayısını en aza indir. İlk kıstas bu olsun.
2. Eşitlik halinde, tek başına oynadığını varsayarak, hamle sayını büyük tut.
3. Gene eşitlik halinde, diğer oyuncunun hamle seçeneklerini en aza indir.

İnternette bilgisayara karşı bu yöntemle oynadım. Anladığım kadarıyla nerdeyse rastgele oynayan bilgisayarı 6-0 yendim!

4×4 boyutlu oyunların tam bir analizini yap-

cak değilim. İşim gücüm var. Bu yazımda daha çok bu ve benzer oyunların eğitimdeki rollerini ön plana çıkarmak istiyorum. Yukarda hiç matematik yapmadık. Sayısal ya da geometrik matematiksel bir öge olmadığı gibi hiç mi hiç matematik yoktu. Hele kanıt hiç yoktu. Gene de düşündük. Muhakeme yaptık.

Zaten yaşamda oynadığımız 'oyun'lar da böyledir. Çok karmaşıktırlar. Çok karmaşık olduklarından kazanma stratejileri olamayabileceği gibi, olduğunda da bu stratejileri bulmak mümkün olmayabilir. Yüzdeyüz kazanma stratejisini bulmasak bile kazanma olasılığını artıran ilkeleri bulabiliriz. Bu ilkeler başarı şansımızı artırır.

Yukardaki oyunun çeşitlemeleri yapılabilir.

1. Yatay-dikey koşulu ortadan kaldırılabilir, her iki oyuncu da dominoları istediği gibi koyabilir.

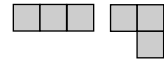
2. Domino taşlarının şekli değiştirilebilir. Uzun ya da kısa L şekillerinin oyunu bayağı ilginçleştirceğini düşünüyorum.

3. Oyuncular 3, 4 ya da 5 kareden oluşmuş ve her bir şekilden sabit miktarda olan dominolar kullanabilirler. Amiral Battı oyunundaki gibi.

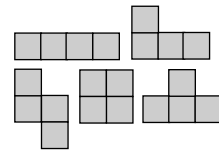
5. Gene Amiral Battı oyununda olduğu gibi dominoların hiçbir biçimde (köşeden dahi) birbirlerine değmemesi gerektiği koşulunu koşabiliriz.

Bu ve buna benzer kurallar koyarak öğrencilerden yeni oyunlar yaratmaları istenebilir.

Ama bakın buradan nereye geleceğiz. Üç karelik dominolardan iki cins vardır ve bunlar yanda görünüyorlar. Bunlara **trimino** denir.



Ya dört karelik kaç cins domino (**tetramino**) vardır? Eğer tetraminoların önü arkası farketmezse, yani tetraminoları ters yüz edebilirsek, beş tane vardır.



Peki ya kaç cins beş ya da altı karelik domino taşı vardır? İlkokul öğrencilerinin bile hoşlanacağı tipten sorulardır bunlar. Hele bir de soruları kendileri sormaya başlarsa...

Beş karelik dominolara **pentomino** adı verilir ve bunlardan 12 tane vardır.

Eğitim bildi-bilemedi düzeyine düştüğü zaman bir felaket olur; aynen bugün olduğu gibi... Önemli olan soru sormak ve düşünmektir, yanıt vermek değil! Soru olmayınca yanıt mı olurmuş? ♣