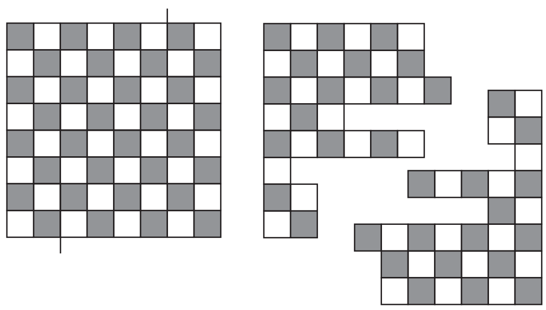
Satranç Tahtasını İki Eş Parçaya Bölmek

Sayar Bayar

Eğer hayatta kalıcı, değerli, özgün ve önemli bir iş yapmak istiyorsan, günün 24 saatini bu işe vakfetmelisin, dünyaya yaptığın iş gözüyle bakmalısın, o işe uygun yaşamalısın, giyinmelisin, nefes almalısın. Örneğin eğer karikatürist isen, dünyaya, çevrendekilere, olaylara karükatürist gözüyle bakmalısın. 50 küsur yıllık yaşamımda öğrendiğim derslerden biri de bu.

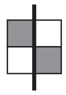
Has matematikçiler de dünyaya matematikçi gözüyle bakıp her yerde matematik ve matematik problemi görürler. Basit bir satranç tahtası dipsiz bir problem kuyusudur onlar için.

İşte size hayata bilmececi olarak bakan ünlü bilmece ustası Henry Ernest Dudeney'in (1857-1930) aklına gelen basit bir satranç tahtası sorusu: Bir satranç tahtası, karelerin içine dokunmamak koşuluyla kaç değişik biçimde aynı biçim ve ebatta iki parçaya bölünebilir? Bir örnek aşağıda:



Eğer sağdaki parçalardan birini 180 derece döndürürsek aynen diğerini elde ederiz.

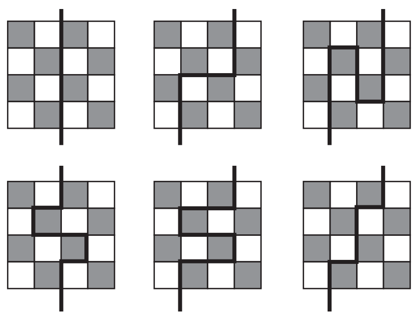
Eğer satranç tahtası 2×2 boyutundaysa, özünde tek bir çözüm var: Tahtayı tam ortadan dikey olarak cart diye ikiye bölmek.



Bir de tabii tahtayı yatay olarak ikiye ayırabiliriz ama bu iki parçalanış birbirinin simetrisi olduğundan, ikisini ayrı parçalanışlar olarak algılamak istemiyoruz. Birbirinin yansıması ya da döndürüsü olan parçalanışları tek bir parçalanış olarak algılamak istiyoruz.

3×3 boyutlu bir satranç tahtasının böyle bir parçalanışı yoktur. Bunun neden böyle olduğunu anlamaya çalışınca, 3'ün tek sayı olmasından kaynaklandığı anlaşılıyor. Eğer n bir tek sayıysa, $n \times n$ boyutunda bir satranç tahtasının böyle bir parçalanışı yoktur.

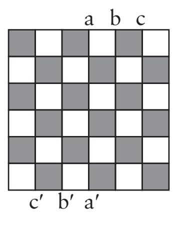
4×4 boyutlu satranç tahtasının tam 6 tane eş parçalanışı vardır. İşte bu parçalanışlar:



Bir sonraki soru doğal olarak 6×6 boyutlu satranç tahtasının tam eş parçalanış sayısı.

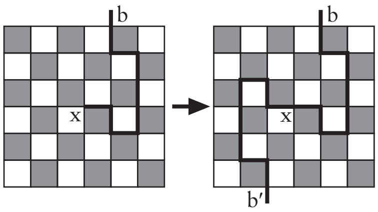
Doğru yanıt 255. Dolayısıyla tüm eş parçalanışları teker teker göstermemiz mümkün değil, gerekli de değil; zaten eş parçalanışlar değil, eş parçalanış sayısı isteniyor. Önemli olan eş parçalanışları sistematik bir biçimde sayabilmek.

Her parçalanış, tahtanın çizgilerini izleyen bir yolla belirlendiğinden, bu yolları saymamız yeterli. İlk olarak yolun hangi noktalardan başlayacağını anlamaya çalışalım. Biraz düşününce, yolu tahtanın dört köşesinden birinden başlatmamıza gerek olmadığını görürüz; çünkü bu yolla verilen eş parçalanışı, köşeden başlamayan bir yolla da elde edebiliriz. Her eş parçalanışın yolunun aşağıdaki şekilde en tepede gösterilen a, b ya da c'den başlayıp aşağı doğru indiğini varsayabiliriz. (Eğer öyle değilse, bir döndürü ya da simetriyle o hale getirebiliriz.)



a'dan aşağı inerek başlayan bir yol *a′* noktasından aşağı inerek çıkmak zorundadır. Aynı şey b ve c noktaları için de geçerlidir.

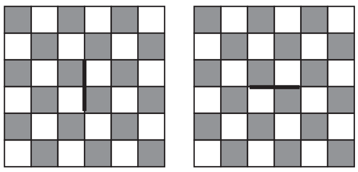
Yol tahtanın merkezindeki noktadan geçmek zorundadır. Hatta yol tam yarısında merkezde olmak zorundadır. Aslında yol, a, b ya da c'den aşağı inerek başlayıp merkezde biten yolun merkeze göre simetrisiyle (ya da 180 derece döndürülmüş haliyle) birleşimidir. Aşağıda bir örnek var. Dola-



yısıyla sadece a, b ya da c'den aşağı inerek başlayan ve merkezde biten yolları dikkate alabiliriz. Bu tür yollara *yarıyol* diyelim.

Yarıyol, 180 derece döndürülmüşüyle kesişmemeli elbet. Bu koşul, olası yarıyol sayısını bayağı düşürür.

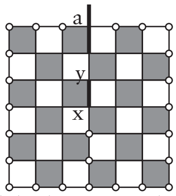
Yol tahtanın merkezinden iki değişik biçimde geçilebilir: yatay ya da dikey. Demek ki yarıyolun



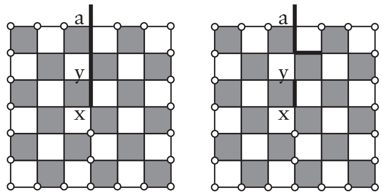
son hamlesi merkeze giden dört kenardan biri olmalı. Eğer yarıyol, merkezin sağındaki noktaya değerek merkeze gidiyorsa, o zaman yarıyol merkezin solundaki noktaya dokunamaz. Aynı biçimde eğer yarıyol merkezin üstündeki noktaya değerek merkeze gidiyorsa, o zaman yarıyol merkezin altındaki noktaya değemez.

Ayrıca yol, tahtanın dört kenarına (biri girerken, biri de çıkarken olmak üzere) sadece iki kez değebilir. Dolayısıyla a, b ya da c'den başlayıp merkeze giden yarıyol bir defa daha tahtanın kenarlarına değemez, hep tahtanın içinde yol almak zorundadır.

Bütün bunları kale alarak, a'dan aşağı inerek başlayıp merkeze dikey inen yarıyolları belirleyebiliriz. Simetrileri saymadığımızdan, yarıyolun a'dan aşağı indikten hemen sonra ya hemen tekrar aşağı ya da sağa hamle yaptığını varsayabiliriz.

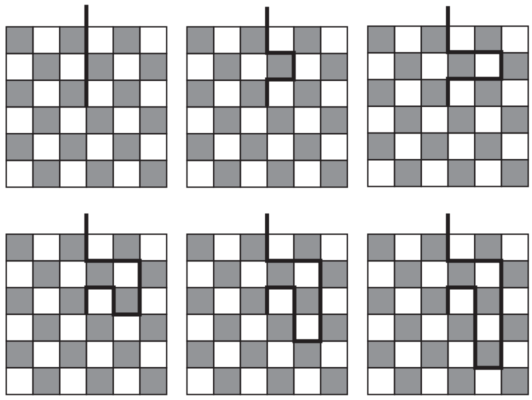


a'dan aşağı inerek başlayan ve yx hamlesini yaparak merkeze ulaşan yarıyol, yukarda beyaz yuvarlaklarla gösterilen noktalara uğrayamaz.

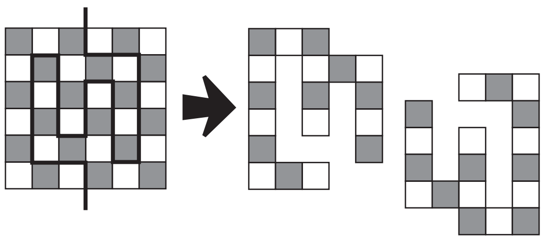


Ayrıca yarıyolun, aşağı inen ilk hamleden sonra ya tekrar aşağı indiğini ya da sağa hamle yaptığını varsayabiliriz.

İşte o yarıyollar:



Sadece 6 tane var. Sonuncusu mesela şu eş parçalanışı veriyor:



Diğer yollarla da benzer hesaplar yapmak gerekiyor. Dudeney'in dediğine göre toplam 255 tane varmış. Bulmaya çalışmadım.

Ya 8 × 8 boyutlu satranç tahtasının tam eş parçalanış sayısı kaçtır? Bunu Dudeney bile hesaplamaya kalkışmamış.

Demek ki neymiş? Saymak zor bir zanaatmiş... Hatta kimi zaman imkânsız. ♠

Kaynakça

H. E. Dudeney, **Amusements in Mathematics**, Dover Publications 1970.