

Sonsuzluk ve Görelilik

Yavuz Nutku

Sonsuzluk kavramı ilk konuşup fikir alışverişinde bulunabilecek toplumların ortaya çıkmasından beri insanlığın kafasında hep var olmuştur sanıyorum. Her lisanda yaklaşık sonsuz kavramını içeren bir sürü kelime vardır. Örneğin biz “çok” deriz. Acaba neye göre çok? Avam dilini bir kenara bırakırsak bunun cevabının sayılabilirliğe göre çok olduğudur. İşte sonsuzluğa kesin bir tanım getirmek ancak Cantor’un 1874’teki makalesinde işaret ettiği sayılabilirliğe göre çok kavramı ile mümkün olmuştur.

Herşey rahatsızlık uyandıracak bir soru ile başlar. Sonsuzluk ilk başta eski Yunan medeniyetinde Zeno’nun paradoksları ile kritik bir kavram olarak karşımıza çıkmıştır. Zeno’nun iki paradoksu vardır. İlk başta size gayet makul bir olguyu kabul ettirir: Hedefe atılan bir ok önce hedefe kadar olan yolun yarısından geçecektir. Sonra kalan yolun yarısını geçmesi lazımdır, vs. Bu olayın sonsuz kere gerçekleşmesi gerekeceğinden ok hedefe ulaşamaz! Zeno’nun ikinci paradoksunda meşhur atlet Aşil’in bir kaplumbağayı geçemeyeceği iddia edilir! Aşil kaplumbağaya bir handikap tanır, kaplumbağa yarışa biraz ilerden başlayacaktır. Yarış başlar ve Aşil tam kaplumbağanın yarışa başladığı yere geldiğinde kaplumbağa biraz daha ilerlemiştir. Derken Aşil kaplumbağanın varmış olduğu yeni yere gelince kaplumbağa gene biraz daha öndedir, vs. Bu olay da sonsuz kere tekrar edilmesi lazım geleceğinden Aşil kaplumbağayı geçemez.

Bugün biliyoruz ki her iki paradoksun çözülebilirliği esasında karşımızda yakınsak sonsuz serilerin bulunmasında yatmaktadır. Ortada bir paradoks

yoktur, çünkü bu sonsuz seriler toplanıp sonlu bir neticeye varmaktadır. Ancak sonsuz seriler nasıl toplanacaktır? Bu konunun gelmiş geçmiş en büyük ustası, Cantor’dan bir asır önce yaşamış, Euler’dır.

Sonsuz serilerin toplamında görelilik kavramı ortaya çıkar. En eski medeniyetlerde sayı sistemi 1, 2, 3 ve “çok” diye ortaya çıkmıştır. Ancak orada bile bir avcının 7 hayvan yakalaması söz konusu idi ve bunu ifade edebiliyordu. Kullandığı yöntem her avladığı hayvan için mızrağına bir çentik atmasıydı. Bu bugün bile kabadayıların kullandığı bir yöntemdir! Böylelikle sonsuzluğun tarifi bir sayı dizisinin tam sayılar, veya reel sayılar gibi diğer sonsuz setler, ile teke tek karşılaştırılarak ifade edilebilir.

Cantor’un bize öğrettiği sonsuzun anlaşılmasındaki teknik işte bu teke tek karşılaştırma yöntemidir.

Peki, nedir sonsuzluğun fizikteki yeri? Bunu anlayabilmek için fiziğin doğayı anlamamızda niye bu kadar başarılı olduğunu hatırlamamız lazım. Fizik çözülebilir

problemleri araştırarak ilerler. Fizikçinin ilk işi böyle problemleri seçmektir ve bu bir fizikçi için en can alıcı noktadır. Etrafımızda merak edilebilecek, birçok etmeden oluşan karışık problemler vardır. Bunları fizikçiler mühendislere havale eder. Fizikçi mümkün olduğu kadar problemi en önemli unsurları içerecek şekilde basitleştirir. Biz dünyanın güneş etrafındaki yörüngesini hesaplarırken bunun üstünde olabilecek Mars veya Venüs gezegenlerinin etkisini ilk etapta düşünmeyiz. Fizikte ilk prensip problemde cismi izole etmektir. Bu da fiziğin lokal problemlere konsantre olması demektir.

Fiziğin bütün temel yasaları sistemin evrimini tarif eden diferansiyel denklemlerdir. Dolayısıyla



Yavuz ve Lütfiye Nutku, Tosun ve Nuran Terzioğlu.

fizik yasaları localdir. Bunlarda ilk başta sonsuzluğa ait hiçbir unsur yoktur. Zaten problemi izole etmek demek cismin üstünde sonsuza kadar başka etken olmadığını varsaymak demektir. Ancak sonsuzluk, bir nevi arka kapıdan gene karşımıza çıkar: Acaba bu evrim denklemlerinin zaman sonsuza doğru gittiğinde çözümü var mıdır? Yani global çözüm var mıdır? Fizikte bu çok iyi bildiğimiz yerleşmiş yasaların çözümsüzlüğe eriştiği noktalar vardır. Bunlar iki türdür:

1. Gaz dinamiğinde olduğu gibi şok oluşumu,
2. Maxwell'in elektrodinamiği, Yang-Mills ve

Einstein'ın genel görelilik yasalarında uzay-zamanın topolojisinden kaynaklanan sonsuzluk tarifleri.

Biraz gaz dinamiğinde çalışmış olmama rağmen burada konuya değinmeyeceğim çünkü neticede bazı fiziksel sebeplerden kurulan varsayımlarla bu mesele hallolur.

Öte yandan Einstein teorisinde sonsuzluk kavramı ilginçtir. Einstein'ın bize öğrettiğine göre kütle çekim uzay-zamanın eğriliğiyle tarif edilir. Uzay-zaman çokluğunun (manifold) bir Riemann metriği ile verilmesi söz konusudur. Ancak metrik bir yerel koordinat sisteminde ifade edildiği için manifoldun topolojisi hakkında sağlıklı bir fikir veremez. Dolayısıyla sonsuzun tanımı de şüphelidir. Bu

nu ancak manifoldun maksimal analitik uzantısı bularak belirleyebiliriz.

Genel görelilik konusunda sonsuzluğun araştırılması Penrose'un çalışmalarına dayanır. Önemüze üç çeşit sonsuzluk çıkar: zamansal sonsuzluk, ışıksal sonsuzluk ve uzaysal sonsuzluk. Bunun sebebi ışığın evrensel bir sabit olmasından kaynaklanmaktadır. Peki sonsuzun tanımı nedir? Jeodesiklerin yay uzunluğunu sonsuza kadar uzatılabilir mi? Yani bir manifoldda bulabileceğiniz jeodesikler sonsuz yay uzunluğuna kadar uzatılabilirse o zaman bu manifold jeodezik tamamdır.

Bu tarifleri Einstein denklemlerinin en önemli çözümü olan Schwarzschild metriğinde görebiliriz. Schwarzschild metriği güneş gibi izole edilmiş tek bir cismin kütle çekim alanını tanımlar. Burada görürüz ki izole edilmiş her cisimde olduğu gibi burada da uzaysal sonsuz vardır. Aynı şekilde gravitasyon dalgalarının erişebileceği ışıksal sonsuz da vardır. Ancak zamansal sonsuz, ki bu da gözlemcilerin yörüngesini tanımlar, ilk şartlara bağlı olmak üzere iki türdür. Ya gözlemci zamansal sonsuza erişebilir, ya da Schwarzschild metriğindeki ufkun arkasına doğru yol alır. Kara deliğin içine girer ve bir daha çıkamaz. Bu tür jeodesiklerde yay uzunluğu sonludur.



Marmara Araştırma Merkezi Hatırası. 13 Ekim 1988.