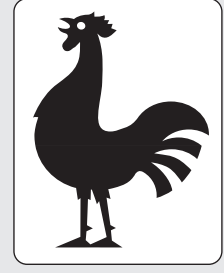


İlkokullararası Matematik Yarışması

24 Nisan 2010, Yanıtlar
NMK



1. Adamın biri tavukçuya gitmiş. Satılık tavuklara bakıp tavukçuya,

- Bana dükkandaki bütün tavukların yarısını ve bir de yarım tavuk ver, demiş.

Tavukçu denileni yapmış. Sonra bir adam daha gelmiş. O da,

- Bana dükkandaki bütün tavukların yarısını ve bir de yarım tavuk ver, demiş.

Tavukçu denileni yapmış. Üçüncü bir müşteri daha gelmiş. O da aynı şeyi söylemiş. Tavukçu gene denileni yapmış ve böylece dükkanda hiç tavuğu kalmamış.

Tavukçunun en başta kaç tavuğu vardı?



Yanıt: Üçüncü müşteri tavukların yarısını ve yarım tavuk isteyince, dükkanda tavuk kalmıyor. Demek ki tavukların yarısı gidince geriye yarım tavuk kalmış. Demek ki üçüncü müşteri dükkana girmeden önce $1/2 + 1/2 = 1$ tavuk varmış.

Demek ki ikinci müşteri tavukların yarısını ve bir yarım tavuk isteyince geriye bir tavuk kalmış. Demek ki ikinci müşteri tavukların yarısını alınca geriye $1/2 + 1 = 1,5$ tavuk kalmış. Demek ki ikinci müşteri dükkana girdiğinde dükkanda 3 tavuk varmış.

Demek ki birinci müşteri tavukların yarısını ve bir yarım tavuk aldığında geriye 3 tavuk kalmış.

Demek ki tavukların yarısı $1/2 + 3 = 3,5$ tavukmuş. Demek ki dükkanda başlangıçta 7 tavuk varmış.

Not: Eğer 4 müşteri sonunda hiç tavuk kalmamış olsaydı, dükkanda 15 tavuk olurdu. Genel olarak n müşteri dükkana girmişse ve aynı yöntemle tavuk istemişlerse ve sonunda hiç tavuk kalmamışsa, dükkanda $2^n - 1$ tavuk vardır.

2. Yargıç karar verecek. Mahkeme tutanaklarından şu bilgiler çıkıyor:

Eğer A suçsuzsa, hem B hem C suçlu.

Ya B ya C suçsuz.

Ya A suçsuz ya B suçlu.

Kim ya da kimler suçlu, kim ya da kimler suçsuz?



Daumier

Yanıt: Cümleleri (1), (2), (3) diye numaralandıralım. A suçsuz olsaydı (1)'den dolayı hem B hem de C suçlu olurdu, ama bu da (2) ile çelişirdi. Demek ki A suçlu. A suçlu olduğundan, (3)'ten B'nin de suçlu olduğu çıkar. B suçlu olduğundan, (2)'den dolayı C suçsuzdur. Demek ki A ve B suçlu, C suçsuz.

3. Aşağıdaki kutulara 1'den 9'a kadar olan sayıları öyle yerleştireceksiniz ki, her sıranın, her sütünün ve iki çaprazın toplamı aynı olacak. a) Bu toplam kaç olabilir? b) Ortadaki kutuya hangi sayı ya da sayılar gelebilir?

Yanıt: a) Bütün sayıların toplamı

$$1 + 2 + 3 + \dots + 9 = 45$$

tir. Üç sütun olduğuna göre, her sütunun toplamı $45/3 = 15$

olmalıdır. Demek ki toplam 15 olmalıdır.

b) Ortadaki sayı bir sütunda, bir sırada ve iki defa da çaprazda olmak üzere toplam 4 defa belirlenmelidir. Toplamı 15 eden tüm toplamları yazalım:

$$1 + 5 + 9 = 15$$

$$1 + 6 + 8 = 15$$

$$2 + 4 + 9 = 15$$

$$2 + 5 + 8 = 15$$

$$2 + 6 + 7 = 15$$

$$3 + 4 + 8 = 15$$

$$3 + 5 + 7 = 15$$

$$4 + 5 + 6 = 15$$

Bu toplamlarda sadece 5 sayısı 4 kez beliriyor. Demek ki merkezdeki sayı 5 olmalı. İşte bir örnek:

8	1	6
3	5	7
4	9	2

4. Yandaki kutulara 1'den 16'ya kadar olan sayıları öyle yerleştireceksiniz ki, her sıranın, her sütunun ve iki çaprazın toplamı aynı olacak. Bu toplam kaç olabilir? Neden?

Yanıt: Yukardaki gibi... 1'den 16'ya kadar olan sayıların toplamı

$$\frac{16 \times 17}{2} = 8 \times 17$$

dir. Toplam 4 sütun olduğundan, her sütunun toplamı

$$\frac{8 \times 17}{4} = 2 \times 17 = 34$$

olmalıdır. İşte bir örnek:

1	15	14	4
12	6	7	9
8	10	11	5
13	3	2	16

Not: Yukardaki iki sorudaki gibi karelere sihirli kareler denir. Büyücülükte özel bir önem kazanmışlardır! Ünlü ressam-gravürcü ve matematikçi Dürer aşağıda görülen ünlü Melankoli resminde 4×4 sihirli kareyi kullanmıştır. (Bkz. sağ üst köşe.)



5. Birbirinin tıpatıp eşi olan iki zar atıyoruz. Kaç değişik zar gelebilir?



Yanıt $6 \times 6 = 36$ yanıtı doğru değildir, çünkü örneğin 5-2 zarıyla 2-5 zarını ayırtedemeyiz, bu ikisini tek bir zar olarak saymalıyız.

36 zarın 6'sı 1-1, 2-2 gibi çift zarlar.

Geri kalan 30 zarın sadece yarısı, yani 15 tanesi sayılmalı.

Demek ki toplam

$$15 + 6 = 21$$

tane değişik zar vardır.

Ek soru: Eğer zar sayısı 3'e ya da 4'e çıkarsa yanıt ne olur?

6. A, B ve C diye adlandırılan üç nesnenin renkleri mavi, kırmızı ve yeşil. Aşağıdaki üç önermeden salt biri doğru:



A kırmızı

B kırmızı değil

C mavi değil

Nesneler ayrı renklerde olduklarına göre, her nesnenin rengini bulun.

Yanıt: Cümlelere (1), (2) ve (3) diyelim.

(1) doğru olsa, yani A kırmızı olsa, (2) yanlış olacak, yani B de kırmızı olacak. Demek ki (1) yanlış, yani A kırmızı değil.

(2) doğru olsa, B de kırmızı olamaz ve (3) yanlış olmalı, yani C mavi olmalı, yani C de kırmızı olamaz. Kırmızıya yer kalmadığından bu şık da olamaz. Demek ki (2) de yanlış.

Demek ki (1) ve (2) yanlış ve (3) doğru. Bundan da B'nin kırmızı, C'nin yeşil ve A'nın mavi olduğu çıkar.

7. Anlamlı ya da anlamsız, A ve B harflerinden oluşan kaç tane altı harflik ve yanyana iki tane A harfi olmayan kelime vardır? Örneğin BBABAB bu kelimelerden biridir, ama BABAAB değildir.



Yanıt: A ve B harflerinden oluşan 6 uzunluğunda tam

$$2^6 = 64$$

tane sözcük vardır. Bunları alfabetik sırayla AAAA-

AA'dan BBBB'ye kadar teker teker yazıp, iki A'nın yanyana geldiği sözcükleri çıkarıp geri kalanları sayarsak istediğimizi buluruz.

Şöyle de yapabiliriz. AA'sız ve 5 uzunluğundaki sözcüklerin sonuna B koyarsak ya da AA'sız 4 uzunluğundaki sözcüklerin sonuna BA koyarsak, AA'sız 6 uzunluğundaki tüm sözcükleri elde ederiz. Demek ki, AA'sız k uzunluğundaki sözcük sayısı a_k ise,

$$a_6 = a_5 + a_4$$

elde ederiz. Aynı şekilde

$$a_5 = a_4 + a_3$$

$$a_4 = a_3 + a_2$$

$$a_3 = a_2 + a_1.$$

Eğer $a_1 = 2$ ve $a_2 = 3$ eşitliklerinin farkına varırsak,

$$a_3 = a_2 + a_1 = 3 + 2 = 5$$

$$a_4 = a_3 + a_2 = 5 + 3 = 8$$

$$a_5 = a_4 + a_3 = 8 + 5 = 13$$

$$a_6 = a_5 + a_4 = 13 + 8 = 21$$

buluruz.

Not: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ... dizisine *Fibonacci dizisi* denir. Doğada pek sık rastlanılan bir dizidir.

8. Yukardaki soru, ama bu sefer 10 harflik kelimeler için.

Yanıt: Bu soru, bir önceki soruyu liste yöntemiyle yapanları bozguna uğratmak amacını taşıyordu. Yanıt, yukardaki dizi devam ettirilerek bulunur:

$$8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, \dots$$

Yanıt 144'tür. ♣



İlk Dereceler

1. Yakup Ahenpençe, Hedef Koleji
1. İlkesu Yeşilyurt, Hedef Koleji
1. Ozan Barın Özel, Hedef Koleji
4. Egemen Yıldırım, İzmir Hakimiyeti Milli İ. O.
5. Uygur Devrim Güldal, Hedef Koleji
5. Canberk Özbey, Hedef Koleji
7. Didem Can, Karadeniz Ereğli TED Koleji
8. Gönenç Meğel, Özel Atayurt Okulları
9. Hakan Demirci, Karadeniz Ereğli TED Koleji
10. Yaprak Köktürk, Karadeniz Ereğli TED Koleji
10. Baturalp Akgün, Karadeniz Ereğli TED Koleji