

ALİŞTIRMA PROBLEMLERİ

YARIŞMA PROBLEMLERİ

A61. Bir $ABCD$ yamuğunda (AB, CD doğruları paralel!) AD, BC doğruları bir K noktasında, AC, BD doğruları da bir L noktasında kesişsin. KL doğrusu AB yi M de, DM, CM doğruları sırasıyla AC, BD yi I, J de kessin.

(a) IJ nin AB ye paralel olduğunu gösteriniz.

(b) CIM ve CJB üçgenlerinin alanlarının eşit olduğunu gösteriniz. (Dinçer AKAY).

A62. Bir ABC üçgeninde B açısı 20° , C açısı da 30° dir. Üçgenin içinde B ye ait içaçıortay üzerinde kalan bir D noktası alıyoruz. $|\angle DCA| = 10^\circ$ olduğuna göre $\angle BAD$ açısının ölçüsünü hesaplayınız. (Hasan ÇETİNKAYA)

A63. Bir $ABCD$ dörtgeninde $[BC]$ ve $[DA]$ kenarlarının ortanoktaları sırasıyla E ve F , ED ve CF , EA ve BF doğrularının kesişme noktaları da sırasıyla M, N olsun. $FNEM$ dörtgeninin alanının NAB ve MCD üçgenlerinin alanlarının toplamına eşit olduğunu gösteriniz. (Hüseyin DEMİR)

A64. Bir $ABCD$ dörtgeninde $[BC]$, $[DA]$ doğruparçalarının ortanoktaları sırasıyla E, F olsun. Bu dörtgende $|BC| = |DA|$ ise $[AB], [CD], [EF]$ doğruparçalarının ortadikmelerinin ya paralel yahut da noktadaş olduğunu gösteriniz.

A65. ABC bir eşkenar üçgen olsun. Üçgenin içinde olup, AB veya AC üzerinde olmayan bir X noktası verildiğinde, BX ve CA nın kesişim noktası K_x , CX ve BA nın kesişim noktası da L_x olsun. XBC üçgeninin alanı K_xAL_xX dörtgeninin alanına eşit olacak şekilde seçilen X noktalarının geometrik yerini bulunuz. (Hüseyin DEMİR)

Y61. $[BC]$ doğru parçasını çap kabul eden bir çember üzerinde, sözkonusu çapın farklı taraflarında kalan sabit bir A ve değişken bir X noktası alınsın. AX doğrusu $[BC]$ yi bir E noktasında kessin. $|EX|$ uzunluğunun alabileceği en büyük değeri alabilmesi için gerek ve yeter şartın

$$\frac{|BX|}{|CX|} = \left(\frac{|CA|}{|BA|} \right)^{\frac{1}{3}}$$

olduğunu gösteriniz. (Hüseyin DEMİR)

Y62. Hangi dışbükey dörtgenlerin içine, köşelere birleştirilmesiyle ortaya çıkan dört üçgenin alanları eşit olacak şekilde bir nokta yerleştirilebilir? (Erhan GÜREL)

Y63. Köşeleri çevrel çember üzerinde A, B, C, D şeklinde sıralanmış bir $ABCD$ kirişler dörtgeni aynı zamanda bir teğetler dörtgeni olsun. $a = |AB|$, $b = |BC|$, $c = |CD|$, $d = |DA|$, $e = |AC|$, $f = |BD|$ olmak üzere

$$(a + b + c + d)^2 \geq 8ef$$

olduğunu, eşitliğin de ancak ve yalnız $ABCD$ nin bir kare olması halinde mümkün olduğunu gösteriniz.

Y64.

$$5^x + 2 = 17^y$$

denkleminin x ve y tamsayı çözümlerinin olmayacağını gösteriniz.

Y65.

$$4x^8 - 2x^7 + x^6 - 3x^4 + x^2 - x + 1 > 0$$

eşitsizliğinin bütün x gerçel sayıları için doğru olduğunu gösteriniz.