olur. (9)'u da [2] veya [3]'te bulamadım, ancak (9)'un her iki tarafını

$$\csc\frac{A}{2}\csc\frac{B}{2}\csc\frac{C}{2}=\frac{4R}{r}$$

ile çarptığımızda

$$\sum\csc\frac{A}{2}\le\frac{2(R+r)}{r}\tag{10}$$

eşitsizliğini buluruz. Bunu da [2] veya [3]'te bulamadım, ancak (10)'un her iki tarafını r ile çarpar ve ACB'nin içmerkezini I ile gösterirsek,

$$|AI|+|BI|+|CI|\le|CI|\le 2(R+r)$$

buluruz. Bu eşitsizlik [2, §12.2]'de bulunabilir. Aynı yerden, H yüksekliklerin kesim noktası olmak üzere, $2(R+r)=|AH|+|BH|+|CH|$ olduğunu da öğreniyoruz. Orada verilen ispat zekice, ama burada vermek için biraz fazla uzun.

Bir alıştırma olarak okuyucuya bırakılmak üzere değişik bir problemle bitireyim. Bu problem Şekil 1'i çizerken aklıma geldi. Bu yazıyı yazarken (d)'ye henüz bir yanıt bulamadım, ancak iyi bilinen bir yanıtı da olabilir.

(a) Şekil 1'de ABC ve GHB üçgenlerinin benzer ise, $|BC|$, $|CA|$ ve $|AB|$ kenar uzunlukları arasında hangi bağıntı vardır?

(b) GHB ve ABC üçgenleri benzer iken, kenarları tamsayı olan tüm ABC üçgenlerini bulunuz.

(c) GHB ve ABC yine benzer iken, her iki üçgenin birden kenar uzunluklarının tamsayı olması mümkün müdür?

(ç) Kenarlarının ve kenarortaylarının uzunluklarınımn tümü tamsayı olan üçgenler var mıdır?

KAYNAKÇA

[1] E. Alkan, *Geometrik Eşitsizlikler III*, *Matematik Dünyası*, **5**, sayı 2, 16–19 (1995).

[2] O. Bottema et al., *Geometric Inequalities*, Wolters-Noordhof, Groningen, 1968.

[3] D. S. Mitrinovič et al., *Recent Advances in Geometric Inequalities*, Kluwer, Dordrecht/ Boston/London, 1989.

[4] J. F. Rigby, *Quartic and Sextic Inequalities for the Sides of Triangles*, *Univ. Beograd. Publ. Elektrotehn. Fak. Ser. Mat. Fiz.*, **602 - 633**, 195–202 (1978).

ALKAN'IN EŞİTSİZLİĞİNE EK

Yusuf Avcı & Nurettin Ergun *

[1]'de Emre Alkan'ın gösteremediğini söylediği ilginç bir eşitsizliğin daha genel bir biçimi sanırız kolayca gösterilebilir. Hepimiz

$$2xy\le x^2+y^2 \qquad \text{ve} \qquad \frac{2}{xy}\le\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}$$

olduğunu biliriz. Özellikle bu sayılar pozitif ise,

$$\frac{1}{(x+y)^n}\le\frac{1}{2^n\sqrt{x^n}\sqrt{y^n}}\le\frac{1}{2^n}\frac{1}{2}\left(\frac{1}{x^n}+\frac{1}{y^n}\right)$$

bulunur. Bunun yardımıyla kolayca, pozitif x_i $(i=1,2,\ldots,n)$ gerçel sayıları için

$$\frac{1}{(x_1+x_2)^n}+\frac{1}{(x_2+x_3)^n}+\cdots+\frac{1}{(x_{m_1}+x_m)^n}$$

$$+\frac{1}{(x_m+x_1)^n}\le\frac{1}{2^n}\left(\frac{1}{x_1^n}+\frac{1}{x_2^n}+\cdots+\frac{1}{x_m^n}\right)$$

elde edilir, çünkü x_i sayıları sol yanda ikişer tanedir.

* İstanbul Üniversitesi Matematik Bölümü öğretim üyeleri

KAYNAKÇA

[1] E. Alkan, *Bir Eşitsizlik Üzerine*, *Matematik Dünyası*, **5**, sayı 4, 17–18 (1995).