yani $x = 12$ elde edilir.

II) $x^3 + bx^2 + cx + d = 0$ denkleminin kökleri x yerine $y - \frac{b}{3}$ yazılırsa, y'ye göre

$$y^3 + py + q = 0$$

kübik denklemi elde edilir. y ye göre olan kübik denkleminin kökleri y_k $(k = 1, 2, 3)$ ise, verilen denklemin x_k kökleri, $x_k = y_k - \frac{b}{3}$ bağıntısından bulunur.

Örnek. $x^3 + 9x^2 + 3x - 117 = 0$ denkleminin bir kökünü bulalım.

$$x = y - \frac{b}{3} = y - 3 \quad \text{için} \quad y^3 - 24y - 72 = 0$$

elde edilir. $p = -3ab = -24$, $q = -ab(a + b) = -72$ den $a = 8$, $b = 1$ (veya $a = 1$, $b = 8$) ve

$$\frac{(y+8)^3}{(y+1)^3} = 8 \Rightarrow y = 6$$

kökü bulunur. Verilen denklemin bir kökü

$$x = y - 3 = 3 \quad \text{tür.}$$

KAYNAKÇA

[1] Y.Avcı ve N.Ergun, Polinom kökleri için bir algoritma, Matematik Dünyası, 6. sayı 1, 19-21 (1996).

[2] N.Çalışkan, Cebirsel Denklemlerin Kökleri, Matematik Dünyası, 4. sayı 3, 9-13 (1994).

[3] G.Tischel und H.Uchtmann, Analysis, Verlag Moritz Diesterweg, Frankfurt am Main (1973).

YARIŞMA PROBLEMİ Y.119'UN YANITINDA DÜZELTME

Atasağun Baykal

Y.119. Eksen uzunlukları $2a$ ve $2b$ olan bir elipsin herhangi bir noktasından çizilen normalin elips içinde kalan kısmının uzunluğunun alabileceği en büyük ve en küçük değerleri bulunuz.

Şubat 1996 sayımızda verdiğimiz yanıtta bir hesap hatası sonucunda en küçük ve en büyük değerlerin eksen uzunlukları $2a$ ve $2b$ olduğu çıkarılmıştı. Problem köşemizin en faal çözücülerinden Sayın Atasağun Baykal hatamızı belirleyip doğru yanıtı bize gönderdi. Kendisini kutlar ve teşekkür ederiz.

Y.119'un çözümünde elipsin büyük eksen uzunluğu $2b$, küçük ekseninki ise $2a$ olarak alınmış. Elipsin üzerindeki bir noktanın apsisi x_0 ise $x_0^2 = t$ denilerek, aranan uzunluk için

$d^2 = f(t) = \frac{4b^2(Gt+a^4)^3}{[(a^2+b^2)Gt+a^b]^2}$ fonksiyonu elde edilmiş.

Bu fonksiyonun türevi alınırken yanlışlık yapılmış.

$f'(t) = \frac{4b^2G(Gt+a^4)^2[(a^2+b^2)Gt+a^6-2a^4b^2]}{[(a^2+b^2)Gt+a^6]^3}$ olacaktı.

Böyle olunca da problemin çözümü bağlamında söylenenlerin, artık şöyle olması gerekirdi:

Ekstrem noktaları bulacağımıza göre $f'(t) = 0$ olmalı. $(a^2 + b^2)Gt + a^6 - 2a^4b^2 = 0$ veya $Gt + a^4 = 0$ dan $t_1 = \frac{a^4(2b^2-a^2)}{(a^2+b^2)G}, t_2 = -\frac{a^4}{G}$ $t = x_0^2$ olduğuna göre negatif olan t_2 sorumuzu yanıtlamaz. O halde $G = b^2 - a^2$ olduğunu göz önüne alırsak $t_1 = \frac{a^4(2b^2-a^2)}{b^4-a^4}$ olan noktada fonksiyonun minimumu vardır. Çünkü türevdeki birinci çarpan $(Gt + a^4)^2 > 0$, ikinci çarpan $(a^2 + b^2)Gt + a^b - 2a^4b^2$ ise $t < t$, iken negatif ve $t > t_1$ iken pozitif olduğu için $f'(t), t = t_1$ olan noktada negatiften pozite geçiyor. Ne var ki $|x_0| \leq a$ olduğundan

$$x_1^2 = t_1 = \frac{a^4(2b^2 - a^2)}{b^4 - a^4} \leq a \quad \text{olmalıdır.}$$

$$a^4(2b^2 - a^2) \leq a^2(b^4 - a^4), \quad \text{yani} \quad b \geq \sqrt{2} \cdot a$$

istenen aralıkta olmalıdır.

Demek ancak $b \geq \sqrt{2}a$ iken türev sıfır olabiliyor ve $x_1 = \sqrt{t_1}$ noktasında fonksiyon mini-