

**ODTÜ MATEMATİK TOPLULUĞU
2.LİSELERARASI MATEMATİK
YARIŞMASI**

Mustafa Kalafat
ODTÜ, Matematik Bölümü, 06531-ANKARA

Ortadoğu Teknik Üniversitesi Matematik Topluluğunun düzenlemiş olduğu 2.Lise-lerarası Matematik Yarışması 24-26 Mayıs 1997 tarihlerinde yapıldı. 217 okul arasından seçilmiş olan, 23 takımın yarıştığı yarı finalden finale kalan okullar ve sıralamaları şöyledir:

1. Ankara Özel Arı Fen Lisesi.
2. Ankara Özel Samanyolu Fen Lisesi.
3. İzmir Özel Yamanlar Fen Lisesi.
4. İzmir Fen Lisesi.
5. Adana Kurttepe Anadolu Lisesi.

Soru grubu olarak bizden, yardımlarını esirgemeyen Prof. Dr. Zafer Nurlu ve Prof. Dr. Albert Erkip 'e, jüri üyesi olarak katılan Prof. Dr. Okay Çelebi 'ye, topluluk başkanımız Selçuk Eren'e, soru grubundaki diğer arkadaşlarım Bilal Yurdakul ve Buğra Özer 'e teşekkürlerimi sunarım.

Şimdi sizi yarıfinal sınavından seçtiğimiz sorularla başbaşa bırakıyoruz:

SORU 10: $z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$, $r > 0$, $\theta \in \mathbb{R}$ sayısının n -inci ($n \in \mathbb{Z}^+$) dereceden köklerine kompleks düzlemde karşılık gelen noktaları köşe kabul eden konveks çokgenin alanına A_n diyelim.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{A_n}{\pi} \right)^n = ?$$

ÇÖZÜM: Bir sayının n -inci ($n \geq 3$) dereceden kökleri, kompleks düzlemde köşelerinin orijine uzaklığı $\sqrt[n]{r}$ olan düzgün bir n -gen belirtir. n 'yi artırdığımızda bu n -genler limit halinde yarıçapı \sqrt{r} olan bir daireye yaklaşır:

$A_n \rightarrow \pi \cdot (\sqrt{r})^2$ olur.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{A_n}{\pi} \right)^n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\pi r^{2/n}}{\pi} \right)^n = r^2$$

elde edilir.

SORU 15: Düzlemde, herhangi bir $\triangle ABC$ üçgeninin köşelerinin koordinatları veriliyor. Daha sonra koordinatları verilen bir P noktasının $\triangle ABC$ üçgeninin içinde, sınırlarında (üzerinde) veya dışında olduğu nasıl tespit edilebilir?

NOT: Bu soruyu, "bakalım nasıl testler çıkacak, ilginç yöntemler çıksın da biz de öğrenelim" düşüncesiyle, öğrencileri denemek amacıyla sormuştuk. Farklı olarak iki test ortaya atıldı:

ÇÖZÜM 1: Önce

$$A = A(\triangle ABC) = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1/2 \\ x_2 & y_2 & 1/2 \\ x_3 & y_3 & 1/2 \end{vmatrix}$$

determinantıyla bulunabilir. Sonra

$T = A(\triangle PAB) + A(\triangle PBC) + A(\triangle PAC)$ toplamı bulunur.

A ve T 'nin karşılaştırması yapılır: $T > A$ ise nokta üçgenin dışındadır. $T = A$ olup olmadığına bakılır.

(a) T toplamını oluşturan üçgenlerden birinin alanı 0 ise nokta sınırdadır.

(b) Aksi durumda nokta üçgenin iç bölgesindedir.

ÇÖZÜM 2: AB doğrusunun $ax + by + c = 0$, kapalı şekilde denklemini bulunur. $ax + by + c$ ifadesine üçgenin diğer köşesi olan C noktası ile P noktası konularak aynı, tarafta olup olmadıklarına bakılır. İfade her ikisi için de aynı işaretli çıkıyorsa doğrunun aynı tarafındadırlar. Bu, her kenar için sağlanıyorsa nokta üçgenin iç bölgesindedir. Herhangi birisinde ters işaretlilik söz konusuysa nokta üçgenin dışındadır. Eğer P noktası herhangi bir kenarda ifadeyi "0" yapıyorsa o zaman kenarın üstündeki doğru üzerinde demektir. Diğer kenarlar için yapılan

