

DAİRENİN ALANINA FARKLI BİR BAKIŞ

Raziye Oruç - Bülent Nuri Özcan

ODTÜ Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi Bölümü, 06531-ANKARA

Sanayi toplumundan bilgi toplumuna geçme çabası içerisinde olan günümüz dünyasında, var olan bilgiyi aktarmak ve öğrenmeyi öğretmek en az bilgiyi oluşturmak kadar önemlidir. Bunun gerçekleştirilmesinde matematik, problem çözme aracı, dil ve doğru düşünmeyi geliştirme yolu olarak önemli bir yere sahiptir. Böyle olunca da ilkokuldan başlayarak matematik öğretimine verilen değer artmaktadır. Örneğin, son zamanlarda ülkemizde matematik öğretimi alanında yapılan araştırma ve geliştirme faaliyetleri ivme kazanmıştır. Her ne kadar günümüzde matematik öğretimi üniversite giriş sınavı ile özdeşleşmiş ve matematik ders programının yoğunluğundan şikayet ediliyor olsa da özellikle bazı konuların matematiğin asıl amacı doğrultusunda eğlenceli bir biçimde, yaparak-yaşayarak öğretilmesi konusunda hassasiyet gösterilmelidir.

Bu düşünce ile, matematiğin aydınlığını borçlu olduğu dallardan birisi sayılan geometri konusunda büyük bir astronom olan Kepler 'i de uzun süre meşgul eden daireyi ele aldık.

Bir çok kişi dairenin alanının π sayısı ile yarıçapın karesinin çarpımına eşit olduğu bilmesine rağmen bu bilgi çoğu kez ezberden öteye geçememektedir.

Bu çalışma öğrencilere farklı bir bakış açısı kazandırmak ve sonuca kendi çabaları ile ulaşma zevkini tattırmak için gerçekleştirildi. Bu amaçla öğretmenlerimiz için bu konuya özgü aşağıdaki öğretmen etkinlik kağıdı hazırlandı.

ÖĞRETMEN ETKİNLİK KAĞIDI

Ders : Geometri

Konu : Dairenin alanı

Seviye : 7. Sınıf

Hedef davranışlar : Öğrencinin dairenin alan formülünü keşfedebilmesi.

Ön bilgi ve beceriler : Öğrencinin;

- (i) Dikdörtgen, kare, paralelkenar ve üçgen çeşitlerinin çevre ve alan formüllerini,
- (ii) Çemberin çevre formülünü,
- (iii) Daire kavramını, bilmesi.

Öğretim yöntemleri : Yönlendirilmiş keşfetme yöntemi ve grup çalışması.

Süre : 45 dakika.

Materyal : (i) Makas, 30 cm'lik cetvel, kalem;

(ii) Eni "a" boyu "b" olan üç farklı renk kartondan yapılmış dikdörtgenler. (Not: $a \cong 9.5$ cm

ve

$b \cong 30$ cm , bu durum öğrenciler tarafından bilinmeyecek.)

İşleniş:

- (1) Öğrencilerden 6'şar kişilik gruplara ayrılmasını ve her grubun kendisine bir isim bulmasını isteyiniz.
- (2) Her gruba, 3 farklı renkte hazırladığınız dikdörtgenlerden her renkten birer tane olmak üzere dağıtınız.

(Not: her grupta 1 sarı, 1 pembe, 1 yeşil dikdörtgen bulunur).

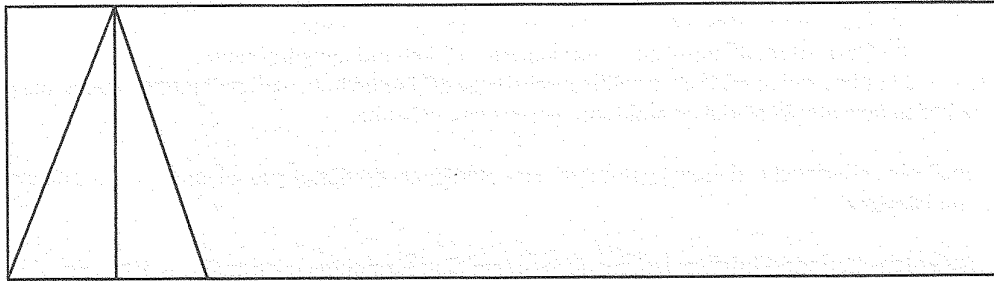
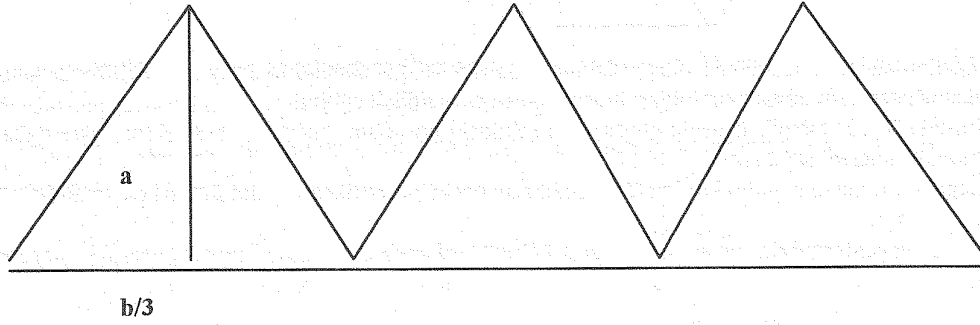
(3) Grubun içerisindeki kişilerden dikdörtgenleri her rengin üzerinde 2 kişi çalışması kaydıyla paylaşmalarını isteyiniz.

(4) Sarı dikdörtgenle çalışan kişilerden kartonun tümünü kullanarak tabanı " $b/3$ " ve yüksekliği " a " olan ikizkenar üçgenler oluşturmalarını isteyiniz.

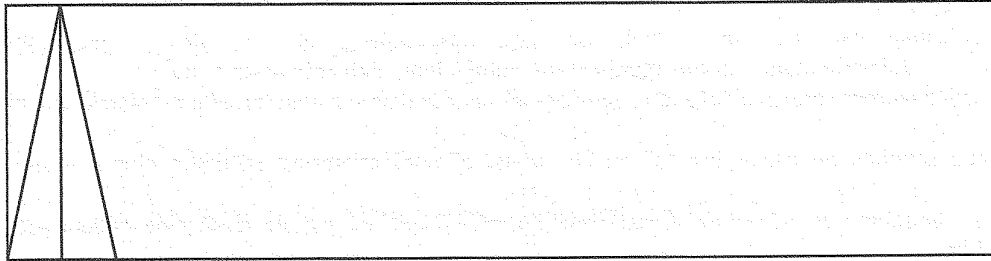
(5) Pembe dikdörtgenle çalışan kişilerden kartonun tümünü kullanarak tabanı " $b/5$ " ve yüksekliği " a " olan ikizkenar üçgenler oluşturmalarını isteyiniz.

(6) Yeşil dikdörtgenle çalışan kişilerden kartonun tümünü kullanarak tabanı " $b/10$ " ve yüksekliği " a " olan ikizkenar üçgenler oluşturmalarını isteyiniz.

Not: Öncelikle öğrencilerden bu üçgenleri nasıl oluşturacaklarını tartışmalarını isteyiniz. Bu tartışmanın sonucunda aşağıda verilen durumun en ideal yaklaşım olduğunun öğrenciler tarafından görüldüğünden emin olunuz.



$b/5$



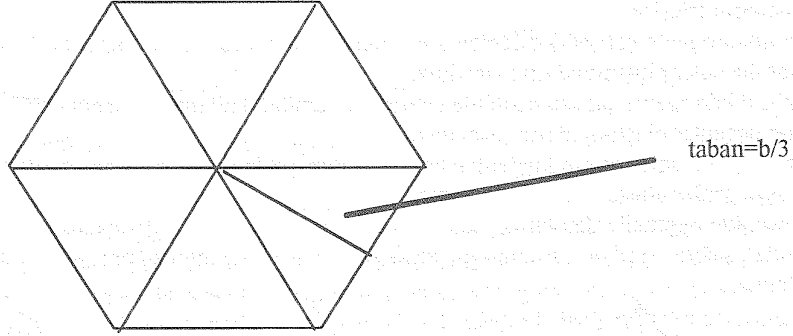
$b/10$

(7) Öğrencilerden oluşturdukları üçgenleri kesmelerini isteyiniz. (Not: Kesimlerini mümkün olduğunca hassas yapmaları konusunda uyarınız.)

(8) Öğrencilerden elde ettikleri ikizkenar üçgenleri tepe noktaları ortak bir noktada birbirine değecek ve arada boşluk kalmayacak şekilde sıralarının üzerinde biraraya getirmelerini isteyiniz.

Not 1: Burada “yelpaze” örneğinden yararlanabilirsiniz.

Not 2: Aşağıda verilen durumun oluşturulmasını sağlamaya çalışınız.



(9) Öğrencilerden grup içerisinde oluşturdukları şekilleri analiz etmelerini isteyiniz. Şekillerde oluşan boşluklar ile üçgenlerin taban uzunlukları arasındaki ilişkiye dikkat çekiniz.

Not 1: Burada “b/10” tabanlı üçgenle oluşturulan şekildeki boşluğun “b/5” ve “b/3”tekine göre daha az olduğunu görüldüğünü sağlayınız.

Not 2: Üçgenlerin taban uzunlukları küçüldükçe oluşan boşluğun gittikçe kapandığı fikri oluşmalıdır.

(10) “Acaba üçgenlerimizin taban uzunluğu “b/1000” olsaydı şeklimiz neye benzerdi?” sorusunu öğrencilerinize yöneltiniz (Not: Burada öğrencilerden şeklin daireye benzediğini görmeleri beklenir).

(11) Bu yolla oluşturabileceğimizi varsaydığımız dairenin tanımlanmasını isteyiniz.

(i) Üçgenlerin yüksekliklerinden dolayı yarıçapın “a” olduğu;

(ii) Çevresinin, dikdörtgenin uzun kenarının 2 katı olduğu görülmelidir.

Not: 8. basamakta oluşturulan şekilleri ve elde edeceğimizi düşündüğümüz daireyi asetata çizerek oluşan boşlukların neden üçgenler küçüldükçe azaldığını göstermeye çalışınız.

(12) Öğrencilerin ellerindeki dairenin alanının ne olduğunu dikdörtgenin alanından faydalanarak söylemelerini isteyiniz.

(13) Öğrencilerden ellerindeki bilgileri kullanarak dairenin alan formülünü çıkartmalarını isteyiniz.

Not: Aşağıdaki işlemleri öğrencilerin bulmaları amaçlanırken bu konuda yönlendirme yoluna gidilmelidir.

$$2\pi r = \text{çemberin çevresi}$$

$$2\pi a = \text{elde edilen dairenin çevresi (Not: } r = a)$$

$$2\pi a = 2b \text{ (Not: “b” dikdörtgenin boyunun uzunluğu)}$$

Yukarıdaki eşitliğin her iki tarafını 2’ye bölersek “ $\pi a = b$ ” bulunur.

Dikdörtgenin alanı = ab eşitliğinde $b = \pi a$ dönüşümü yapılırsa, dikdörtgenin alanı = $ab = \pi a^2$ elde edilir.

$$\text{dairenin alanı} = \text{dikdörtgenin alanı olduğu için, dairenin alanı} = \pi a^2.$$

“a” elde edilen dairede yarıçap olduğu için, herhangi bir dairede dairenin alan formülü πr^2 olarak bulunur.

(14) Dersin sonunda bu işlemi her “a” ve “b” sayısı için tekrarlamının mümkün olup olmadığını tartışınız.

Not: b/a oranının π ‘ye yakın olması gerektiği, aksi halde bu yol ile daire elde edilemeyeceği görülmelidir.

ÖNEMLİ NOT: Bu işlem basamakları sırasında ulaşılmaması gerekli şekiller daha önceden öğretmen tarafından hazırlanmalıdır.