

EN KÜÇÜK MATEMATİKSEVERLERE...

Matematik ve özellikle de onun “elemanter matematik” denilen kısmı, 7 ’den 77 ’ye herkesin ilgisini çekebilecek yüzbinlerce çok ilginç soru ve problemlerle dolu bir denizdir. Bu soruların bir kısmı çok ciddi, bir kısmı açıkça şaka, bir kısmı ise ciddi veya şaka olduğu o kadar da belli olmayan türdendir. Çoğu anonim olan bu problem ve soruların bir kaç tanesini ortaokuldaki matematiksever dostlarımızın beğenisine sunuyor ve onları “ciddi” ile “şaka” ’nın sınırında cambazlık yapmaya davet ediyoruz:

1. 10 civciv 10 günde 1 kg buğday yiyorsa, bu civcivler 100 günde kaç kg buğday yer?
2. Parantezleri açınız ve ifadeyi sadeleştiriniz:

$$(x - a)(x - b)(x - c)...(x - y)(x - z) .$$

(x ’ten latin alfabesinin tüm harfleri çıkarılıyor.)

3. Sonucun $\frac{a+c}{b+d}$ ’ye eşit olması için $\frac{a}{b}$ ve $\frac{c}{d}$ kesirleri arasında hangi matematiksel sembolü koymak gerekiyor?
4. Bir kesrin payı paydasından büyüktür. Diğer kesrin ise paydası payından büyüktür. Bu kesirlerden hangisi daha büyüktür?
5. Bir kutunun içinde 100 tane kalem vardır. 88 tane kalemi çabuk saymanın bir yolunu gösterebilir misiniz?
6. Pergel kullanarak, kağıt parçası üzerinde çember değil, elipse benzer bir eğri çizebilir misiniz?
7. 5 simiti 6 arkadaş arasında, simitlerden hiç birini 6 veya daha fazla parçaya bölmeden, eşit dağıtabilir misiniz?
8. 100 sayısını, bir kaç sayının hem çarpımı, hem de toplamı biçiminde yazmak mümkün müdür?
9. Parantezleri açmadan,

$$(2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)(2^{32} + 1)(2^{64} + 1)$$

ifadesini sadeleştirmek mümkün müdür?

10. Aşağıda, $2.2 = 5$ formülünün iki “ispatını” veriyoruz. Nerede “kandırmaca” yaptığımızı bulmaya çalışınız.

I. İspat: $8 : 4 = 10 : 5$ özdeşliğinde ortak çarpanları parantez dışına çıkarırsak,

$$4.(2 : 1) = 5.(2 : 1)$$

olur. Şimdi, her iki yanı $2 : 1$ sayısı ile kısaltırsak, $4 = 5 \Rightarrow 2.2 = 5$ elde ederiz.

II. İspat: $a = 2.2$ ve $b = 5$ diyelim. Şimdi, $c = \frac{a+b}{2}$ dersek, $a = 2c - b$ ve $2c - a = b$ olur. Bu iki eşitliği taraf tarafa çarparsak, $a^2 - 2ac = b^2 - 2bc$ elde ederiz. Sonuncu eşitliğin her iki yanına c^2 eklersek,

$$(a - c)^2 = (b - c)^2 \Rightarrow a - c = b - c \Rightarrow a = b \Rightarrow 2.2 = 5$$

bulunur.

11. Aşağıda bütün sayıların sıfıra eşit olduğunun iki "ispatını" veriyoruz:

I. İspat: Herhangi bir a sayısını alalım ve onun yarısına x diyelim. Böylece, $2x = a$ olur. Bu eşitliğin her iki yanını a ile çarparsak, $2xa = a^2 \Rightarrow a^2 - 2xa = 0$ olur. Sonuncu eşitliğin her iki yanına x^2 eklersek,

$$x^2 - 2xa + a^2 = x^2 \Rightarrow (x - a)^2 = x^2 \Rightarrow x - a = x \Rightarrow a = 0$$

elde ederiz.

II. İspat: Herhangi bir a sayısını alalım ve $a - a + a - a + a - a + \dots$ ifadesini iki yolla hesaplayalım:

$$a - a + a - a + a - a + \dots = (a - a) + (a - a) + (a - a) + \dots = 0 ;$$

$$a - a + a - a + a - a + \dots = a - (a - a) - (a - a) - (a - a) + \dots = a .$$

İfadelerin sol tarafları eşit olduğundan, sağ tarafları da eşit olmalıdır: $a = 0$.

İPUÇLARI:

- 100 gün içinde civcivler tavuk olacaklarından sizin düşündüğünüzden (10 kg 'dan) çok daha fazla buğday yiyeceklerdir.
- x 'den Latin alfabesinin tüm harfleri çıkarıldığından, çarpım sıfıra eşittir. (x 'in kendisi de Latin alfabesinin bir harfidir!!!)
- "Eşittir" sembolünden başka hiç bir sembol işe yaramaz:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d} .$$

- Kesin bir şey söylemek mümkün olmaz. Örnek: $\frac{5}{-2} = \frac{-5}{2}$, $\frac{1}{-1} < \frac{1}{2}$, $\frac{2}{1} > \frac{1}{2}$.
- 12 tane kalem alırsak, geriye 88 kalem kalır.
- Kağıt parçasını bir silindir üzerine koyarak, pergel vasıtasıyla çember çizmeye çalışın.
- Simitlerden 3 tanesinin her birini 2 eşit parçaya, kalan iki tanesinin her birini de 3 eşit parçaya bölünüz.
- $100 = 4 \cdot 25 \cdot \underbrace{1 \cdot 1 \cdot \dots \cdot 1}_{71 \text{ tane } 1} = 4 + 25 + \underbrace{1 + 1 + \dots + 1}_{71 \text{ tane } 1}$.
- İfadye $1 = 21$ sayısı ile çarpınız ve $n = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$ için $(2^{2^n} - 1)(2^{2^n} + 1) = (2^{2^{n+1}} - 1)$ olduğunu gözönüne alınız. (Yanıt: 2^{128})
- ve 11. $A^2 = B^2$ eşitliğinden $A = B$ yazamayız. Doğrusu, $|A| = |B|$ 'dir. 11 nolu problemde verilen "II. İspatta" $a - a + a - a + a - a + \dots$ ifadesi bir sayı değildir. (Matematikte bu tür toplamlara iraksak seri denir. Sözkonusu ifade, sadece, $a = 0$ için anlamlıdır ve sıfıra eşittir.)

Yaşca çok küçük meslektaşları
ile deneyimlerini bölüştüren: **İlham ALİYEYEV**