MİKROBİLGİSAYARDA ARİTMETİK (II)

Timur Karaçay
Başkent Üniversitesi, ANKARA

(Geçen sayıdan devam)

Örnekler:

Sayı	*Birler Tümleyen*	*İkiler Tümleyeni*
0101	1010	1011
101010	010101	1100
1010100	0101011	0101111

Çarpma işlemi ardışık toplamlarla, bölme işlemi ise ardışık çıkarmalarla yapılabilir. Bu işleri hızlı yapmak için, almaçtaki basamakların sola ya da sağa kaydırılması pratik bir uygulamadır. Yerimiz elvermediği için, bu ayrıntılara burada giremeyeceğiz. Aritmetik ve mantık işlemlerini yapmak için, özel devreli chiplerin yapıldığını da söylemek gerekir. Tabii, bütün bu tasarımlar ikili sayıtlama dizgesindeki aritmetiğe, yani matematiğe dayalıdır.

8-bitlik yazmaca (register) sahip bir mikroilgisayarda işaretli sayıların nasıl yazıldığını inceleyelim.
8-bitlik bir yazmaçta (register), haneler sağdan sola doğru

7	6	5	4	3	2	1	0

diye numaralanır. 7-inci hane işaret hanesidir. Pozitif sayılar için 0, negatif sayılar için 1 değerini alır. Buna göre, 8-bitlik bir yazmaca sığabilecek en büyük pozitif tamsayı

$$0111\ 1111 = 2^6 + 2^5 + 2^4 + 2^3 + 2^2 + 2^1 + 2^0 = 64 + 32 + 16 + 8 + 4 + 2 + 1 = +127$$

dir. İşaretli sayıların 8-bitlik bir yazmaçta temsil edilme biçimleri aşağıdaki tabloda gösterilmiştir. Pozitif sayılar olduğu gibi yazılır, negatif sayılar ise ikilere tümleyen biçimleriyle yazılır.

Decimal	Yazmaçtaki Temsili	Açıklama	
+127	0111 1111	İkili Temsil	
+126	0111 1110	İkili Temsil	
...	...	...	
+8	0000 1000	İkili Temsil	
+7	0000 0111	İkili Temsil	
+6	0000 0110	İkili Temsil	
+5	0000 0101	İkili Temsil	
+4	0000 0100	İkili Temsil	
+3	0000 0011	İkili Temsil	
+2	0000 0010	İkili Temsil	
+1	0000 0001	İkili Temsil	
+0	0000 0000	İkili Temsil	
-1	1111 1111	İkilere Tümleyeni	
-2	1111 1110	İkilere Tümleyeni	
-3	1111 1101	İkilere Tümleyeni	
-4	1111 1100	İkilere Tümleyeni	
-5	1111 1011	İkilere Tümleyeni	

-6	1111 1010	İkilere Tümleyeni	
-7	1111 1001	İkilere Tümleyeni	
-8	1111 1000	İkilere Tümleyeni	
...	...	...	
-127	1000 0001	İkilere Tümleyeni	
-128	1000 0000	İkilere Tümleyeni	

Bu tabloyu kullanarak, çıkarma işlemini, çıkan sayının ikilere tümleyeniyle toplama işlemine dönüştürebiliriz. Böylece, çıkarma işlemini yapan devrenin olmayışının yarattığı eksiklik kolayca giderilmiş olur.

Örnek :

```
   +5          0000 0101
   +3          0000 0011
+______     +___________
   +8          0000 1000
```

Örnek :

```
   +7          0000 0111
   -3          1111 1101
+______     +___________
   +4        1 0000 0100
```

İkili temsilde yazmacı taşan en soldaki 1 sayağı atılır.

Örnek :

```
   +3          0000 0011
   -8          1111 1000
+______     +___________
   -5          1111 1011
```

Örnek :

```
   -2          1111 1110
   -5          1111 1011
+______     +___________
   -7        1 1111 1001
```

İkili temsilde yazmacı taşan en soldaki 1 sayağı atılır.

Örnek :

```
   +8          0000 1000
   - 5         1111 1011
+______     +___________
   +3        1 0000 0011
```

İkili temsilde yazmacı taşan en soldaki 1 sayağı atılır.

Örnek :

+2	0000 0010
-6	1111 1010
+	+
-4	1 1111 1100

İkili temsilde yazmacı taşan en soldaki 1 sayağı atılır.

Örnek :

+89	0101 1001
- 46	1101 0010
+	+
+4	1 0010 1011

İkili temsilde yazmacı taşan en soldaki 1 sayağı atılır.

Örnek :

+20	0001 0100
- 60	1100 0100
+	+
- 40	1 1101 1000

İkili temsilde yazmacı taşan en soldaki 1 sayağı atılır.

Aşağıdaki tabloda sayıtlama dizgelerinin sayakları listelenmiştir.

Hexadecimal	Decimal	Octal	Binary
0	0	0	0000
1	1	1	0001
2	2	2	0010
3	3	3	0011
4	4	4	0100
5	5	5	0101
6	6	6	0110
7	7	7	0111
8	8	10	1000
9	9	11	1001
A	10	12	1010
B	11	13	1011
C	12	14	1100
D	13	15	1101
E	14	16	1110
F	15	17	1111

Sayıtlama Dizgelerinin Karşılaştırılması

Octal ve hexadecimal sayıları binary gösterimlerinde kolay okuyup yazmak için onları, sırasıyla 3-erli ve 4-erli gruplara ayırmak uygun olur.

Örnek :
Octal dizgedeki $(6754)_8$ sayısının binary temsili 110111101100 dır. Bunu kolay yazmak için, binary temsilini, sağdan başlayarak 3-erli gruplara ayıralım.

110 111 101 100	=	6754_8
6 7 5 4		

olur.

Örnek :
Hexadecimal dizgedeki $(DEC)_{16}$ sayısının binary temsili 110111101100 dır. Bunu kolay yazmak için, binary temsilini, sağdan başlayarak 4-erli gruplara ayıralım.

1101 1110 1100	=	DEC_{16}
D E C		

olur.
Sekizli (octal) ve onaltılı (hexadecimal) sayıların gösterimi

$2^3 = 8$ ve $2^4 = 16$ olduğu ve ana bellekte adres büyüklükleri 8 ya da 16 bit'ten oluştuğu zaman, sekizli ve onaltılı sayıların ikiliye dönüşümü ve ikiliden bunlara dönüşüm pratik bir rol oynar.
Bu dönüşümü kolaylaştırmak için, sayıların ikili gösterimlerini, sırasıyla, 3 erli ve 4 erli hanelere ayırmak uygun olur.

Örnek:

$(26153.7406)_8$ = (10 110 001 101 011 . 111 100 000 110 $)_2$
2 6 1 5 3 . 7 4 0 6

Örnek: İkiliden onaltılıya dönüşüm.

(10 1100 0110 1011 . 1111 0010 $)_2$ = (2C6B.F2 $)_{16}$
2 C 6 B . F 2

Örnek: Sekizliden ikiliye dönüşüm.

(673.124 $)_8$ = (110 111 011 001 . 001 010 100 $)_2$
6 7 3 1 . 1 2 4

Örnek: Onaltılıdan ikiliye dönüşüm.

(306.D $)_{16}$ = (0011 0000 0110 . 1101 $)_2$
3 0 6 . D

BCD Sayıları

Dönüşüm kolaylığı nedeniyle, binary sayılar, çoğu kez, hexadecimal dizgede temsil edilirler. Binary temsilden decimal temsile dönüşüm uzun işlemler gerektirir. Bu nedenle, dönüşümü kolaylaştıran bir kodlama dizgesi kullanılır. Adına BCD (Binary Coded Decimal) denilen bu dönüşüm tablosu aşağıda verilmiştir. En yaygın kullanılanılanı 8421 BCD Kodlama Tablosudur.

8421 BCD Kodlama Tablosu

Decimal	BCD			
	8 ler	4 ler	2 ler	1 ler
0	0	0	0	0
1	0	0	0	1
2	0	0	1	0
3	0	0	1	1
4	0	1	0	0
5	0	1	0	1
6	0	1	1	0
7	0	1	1	1
8	1	0	0	0
9	1	0	0	1

Örnek:
Yukarıdaki tabloyu kullanarak 3691 sayısını decimalden BCD ye dönüştürünüz.

3	6	9	1
0011	0110	1001	0001

Örnek:
Yukarıdaki tabloyu kullanarak 1000 0000 0111 0010 sayısını BCD den decimale dönüştürünüz.

1000	0000	0111	0010
8	0	7	2

Alıştırmalar

1. Aşağıda 10-lu dizgeden BCD ye yapılan dönüşümlerin doğruluğunu sağlayınız.
   a. 39 = 0011 1001 b. 40 = 0100 0000 c. 82 = 1000 0010
   d. 65 = 0110 0101 e. 17 = 0001 0111 f. 99 = 1001 1001

2. Aşağıda BCD den 10-lu dizgeye yapılan dönüşümlerin doğruluğunu sağlayınız.
   a. 1000 0000 = 80 b. 1001 0010 = 92 c. 0100 0011 = 43
   d. 0000 0001 = 1 e. 0111 0110 = 76 f. 0101 0101 = 55