

## MATEMATİKÇİ GÖZÜ İLE KIBRIS SORUNU: ÜÇ RENK HARİTA BOYAMA İLE ÇÖZÜM ÖNERİSİ<sup>1</sup>

İbrahim Cahit Arkut  
Bilgisayar Mühendisliği Bölümü  
Lefke Avrupa Üniversitesi  
Lefke, K.K.T.C.

**GİRİŞ:** Matematikte<sup>2</sup> bir asırdan uzun süre açık problem veya doğruluğu iddia edilen problem (conjecture) olarak kalmış olan ve doğruluğu ancak bilgisayar yardımı ile son 20 yılda verilen 'Dört Renk Teoremi' ile haritaların politik sorunlarda dengeli (equi-color) boyanması ile çözümler verilebileceğini inceleyeceğiz. Özellikle seçtiğimiz matematik problemi (Dört Renk Problemi) ve Kıbrıs sorununda ortak ve ilginç tarafın problemlerin doğal karakterinde insana ve zamana karşı meydan okuma eyleminin var olamasıdır. Daha da ilginç gözlem, bu tipten problemlerin gerek matematikçi olmayan, gerekse usta bir politikacı olamayan her hangi bir kişiye bir iki dakikada kolay ve anlaşılır biçimde anlatılabilesidir. Sağlam mantık ve rasyonel düşünebilen her insan için çözümlerin çok kolay olduğu ve kanıtlanabilecek pek bir durumun olmadığı yanılığın da kolayca düşülebilesidir.

Makale matematikçi olmayanlara daha fazla hitap ettiğinden son bölümdeki matematik formülasyon hariç tümü kolayca anlaşılır biçimde ve şekiller yardımıyla verilmiştir.

Öncelikle okuyucuya Dört-Renk Problemi (DRP) veya Dört Renk Teoremi (DRT) hakkında tarihsel bazı bilgiler verelim. Geçen asrın ortalarında harita çizimi ile uğraşanlar, politik haritaların ilk bakışta daha kolay anlaşılması için birbirlerine kontrast teşkil eden renkleri ve elden geldiğince az sayıda renk kullanarak haritaları boyamaya çalışıyorlardı. Londra Üniversite Koleji öğrencilerinden Francis Guthrie 1852 yılında hocası matematikçi De Morgan'a verilen her haritayı komşu ülkeler aynı renge *boyanmamak* koşulu ile dört renk ile boyayabildiğini fakat üç rengin bazı haritalar için yeterli olmadığını söyleyerek hocasından dört rengin tüm haritaların bu şekilde boyanması için yeterli olduğunu kanıtlanmasını ister. Anlaşılması çok basit olmakla beraber De Morgan bir çözüm öneremez ve meslekdaşı ünlü matematikçi Hamilton'a bir mektupla problemi bildirir. Hamilton'dan gelen cevap dört renk probleminin çözümünü bulamadığı ve görüldüğü kadar da basit olmadığı yönünde idi. 1879 yılında Kempe ilk yanlış kanıtı problem için verir ve yaptığı basit yanlışlık ilk bakışta görülemeyi için yanlış kanıtından dolayı Kralliyet Akademisi üyeliği ile ödüllendirilir! Heawood 1917'de Kempe'nin kanıtındaki yanlışlığı bulur fakat doğru kanıtı veremez. Yerine beş rengin tüm haritaların boyanması için yeterli olduğunu kanıtlar ve hayatının 60 yılını dört renk problemini kanıtlayabilmek için uğraşır.

Yukarıda özetlenen bu tarihsel girişten sonra birçok matematikçi ve kendisini matematikçi kabul eden binlerce kişi çeşitli yollardan dört renk probleminin çözümü için çaba sarfederek 1976 yılına gelinir. 1976 yılında Illinois Üniversitesi, ABD 'de Appel, Haken ve doktora öğrencileri bilgisayar bilimcisi Koch'un geliştirdiği son derece karmaşık ve insanın bilgisayar yardımı olmadan teyid etmesi imkansız olan bir yöntemle<sup>3</sup>, 1200 saatlik bir bilgisayar çalışması sonucu dört renk probleminin kanıtını verirler. 1995 yılında Princeton Üniversitesi, ABD'den N. Robertson, D. Sanders, R. Thomas ve

P. Seymour aynı yöntemi kullanarak yine bilgisayar yardımı ile fakat bu sefer daha kısa yoldan dört renk teoreminin kanıtını verirler. Verdikleri kanıtın doğruluğunu, kullanılan bilgisayar programlarını başka bilgisayarlar üzerinde de deneyerek sonucun aynı kaldığını gösterirler. 1979 yılında Toronto'daki dünya matematik kongresinde matematikçiler Appel ve Haken'in kanıtına inananlar ve inananmayanlar

<sup>1</sup>Tüm haritaların dört renkle uygun şekilde bilgisayar yardımı ile olsa bile boyanabileceğinin kanıtı 125 yıllık bir süre almıştır. Kıbrıs sorunu 1963 yılında başladığına göre 36 yıl diğer problemin çözümü süresi yanında küçük kalır.

<sup>2</sup>Matematik genel olarak kesinlik ve doğruluğun ifadesi olarak algılanır. Yazar bunlara ilaveten barış ve adaletin de ifadelerinin içerildiğini öne atmaktadır.

<sup>3</sup>Ters örneğin olabileceği konfigürasyonlar kümesine indirgeme ve 1500'ü aşkın konfigürasyona bağlı üçgenselleştirmelerin verilen kuadratik renklendirme algoritması ile boyanması.

diye ikiye ayrılmışlardı. 1995 yılında biraz daha basit verilen kanıttan sonra inanmayanların sayısının oldukça azaldığı söylenebilir. Fakat insanın doğgasında olan kendine güven duygusu ve insanlık gururu böyle bir problemin kanıtını yalnız (şimdilik) bilgisayar yardımı ile verilmesini kendine yedirememekte ve bilgisayar yardımı olmadan verilecek kanıt matematik dünyasında en fazla ispatlanmak istenenler listesindeki yerini korumaktadır.

Dört renk probleminin tarihçesi, ünü, ve var olan çözümü hakkında yukarıda verilen kısa bilgilerden sonra ilk bakışta matematik problemi gibi gözükmeyen fakat kendi çapında kötü yönde şöret yapmış politik bir sorun olan Kıbrıs sorununa matematiksel bir bakışla ve var olması gereken çözümü bu perspektif altında vermeye çalışalım. Örnek problemi ele alırken geliştirilmeye çalışığımız yöntemin matematiksel açıdan genel olduğunu ve benzer siyasi sorunların çözümünde en azından matematikçi olan kişiye ve büyük bir ümitle politikacılara da bir çözüm önerisi vereceğini düşünüyoruz. Günümüzde bu tipten siyasi problemlere Bosna Hersek, Kosova, Keşmir ve diğer bölgelerde hala rastlanmaktadır. Matematikte adil olma kavramı henüz tanımlanmadığından harita boyama ile elde edilecek olan çözümün ideal ve tüm tarafların kabul edebileceği çözüm olması gerekmez. Fakat sorunlu bölgelerin ilgili tarafların bayraklarındaki etkin renklerle ve dengeli olarak boyanması matematiğin sunduğu 'adaletli' olma koşulu olarak algılanmalıdır. Yine doğal olarak bu şekilde bir yaklaşım çözümün geçerliliği ve kalıcılığı üzerinde de pek bir etkisi olmayabilir. Yine de hiç çözüm üretmemekten daha iyi olmalıdır belli kurallara uygun bir çözüm önerisi.

**Kıbrıs Sorunu Üzerine:** Kıbrıs sorunu Kıbrıs'lı Türkler'e ve Türkiye'ye göre 1963'teki Kıbrıs Cumhuriyetinin Kıbrıs Rumları tarafından tek tarafı olarak ortadan kaldırılıp eşit haklara sahip kurucu ortağa karşı kaba kuvvetle harekete geçilmesi ile ortaya çıkmıştır. Uluslararası sahada bu durum Kıbrıs Cumhuriyetinde etkin taraf olan Rumlar tarafından Kıbrıs'lı Türklerin Cumhuriyete bir baş kaldırısı olarak takdim edilmiştir. Bu yaklaşım uluslararası arenada taraftar ve destek bulmuştur. Kıbrıs Türkleri ve Türkiye ise gerçeğin ortaklıktan zorla atılma ve bir eritilme (asimilasyon) hareketi olduğunu 1963'den beri savunmakta ve sorunun olası çözümde bu temel gerçeğin göz önüne alınmasını gerek koşul olarak öne sürmektedirler. Kıbrıs'lı Rumlar ve Yunanistan tarafından 1974 e kadar her şeyin planlandığı şeklinde giderken Yunanistan kaynaklı darbe ile Türkiye'ye doğal olarak ve 1960 anlaşmaları ile tesbit edilen garantör ülke olma hakkınının 1974 Barış Harekatı ile kullanılması Kıbrıs'lı Türkleri eritilmeden kurtarıp güvenlik altına alırken Kıbrıs'lı Rumlara Kıbrıs Cumhuriyeti'nin temsilcisi olması yanında ayrıca Kıbrıs Türkleri gibi hak arayan taraf olma durumuna getirmiştir. Kıbrıs Türkleri bu durumun çözüm yolunda en büyük engel olduğunu belirtmekte ve Kıbrıs Rumların Cumhuriyetin yegane temsilcisi olmadığını altını çizmektedirler. Bu bakımdan Rumlar açısından 1974'e kadar sorun olmayan Kıbrıs sorunu 1974 Barış Harekatı ile sorun olarak kabul edilmeye başlanmıştır. Yazar bu konuda bir uzman olmadığını kabul ederek daha geniş bir perspektif içerisinde Kıbrıs Sorunun için aşağıdaki tanımlı vermektedir. Bu tanımdan amaç, aşağıdaki tanımda sözü geçen ülkeler yerine Bosna Hersek, Kosova, Keşmir ve diğer benzer sorunlu bölgeler konulduğu zaman da tanımın geçerliliğini korumasıdır.

#### **Tanım: Kıbrıs Sorunu**

*Genel olarak Kıbrıs sorunu iklimsel karakterleri birbirlerine benzeyen değişik ırk ve dinlere ait iki komşu ulusun Akdeniz'deki uzantılarının rekabeti ve birinin diğerine üstün gelme çabası olarak tanımlanabilir. Potansiyel güçler açısından avantaj anavatanlarından Türkiye'den Kıbrıs adasında Kıbrıs Rumları'dan yana oluşmuştur. Bu nedenle kendisini ezelden beri Batının parçası ve Batı medeniyetinin temel taşı olarak gören Yunanistan her zaman Batının hakemliğini ve desteğini istemiştir.*

**TANIM VE UYGULAMA:** Ülkeler ve bayrakları arasında bire bir bağlantı her zaman kurulabilir. Ülkesi olupta bayrağı olan, veya tersi olan durumlar bir devleti temsil etmezler. Renkleri ve üzerinde sembolleri olmayan bayrak düşünülemez için bayrak renklerin ve sembollerin fonksiyonu olarak ele alınabilir. Sembolsüz bayrakları işaretleme için kullanıldığını kabul ediyoruz, yalnız beyaz renkle 'teslim veya ateşkes' veya yalnız kırmızı renkle 'doktrin' bayraklar gibi. Genel olarak insan ve beğendiği renklerle o insanın hangi ulusa ait olduğu arasında bir ilişki kurmak doğru değildir.

En nihayet renk seçimi insandan insana değişen bir kavramdır. Fakat ulusal değerler ve ülkenin coğrafyası bazen tercih edilen renklerin seçilmesinde rol oynayabilir. Dört bir yanı denizlerle çevrili Akdeniz'deki bir ada için 'beyaz' renk hem güneş ışınlarını yansıtması hemde etrafta bolca bulunan alçı taşları dolayısıyla kullanılan etkin renk olarak ortaya çıkar. Bazen renk bir ülke üzerinde yaşayan insanların dinsel inançlarının terchi olarak ortaya çıkabilir. Örneğin bir çok Arap ülkesinin etkin rengi yeşil ve yeşilin çeşitli tonları olmaktadır. Yine çöllerle kaplı ülkelerde ülke iklim ve doğasının etkin renkleri olan sarı renk ve tonlarına kontrast teşkil eden siyah renk ön plana çıkar. Diğer etkin renk olma özelliği ise ülkelerin yönetilme şekillerine bağlı olarak kendini göstermektedir. Koyu lacivert renk her zaman monarşi belirtisi royal bir renktir. Fakat tüm insanlar için gündüzleri gökyüzünün mavisi ile gecelerin karanlığını temsil eden siyah renk doğal olarak veya farkına varmadığımız etkili renklerdir. Tüm burada değindiğimiz veya gözden kaçırdığımız diğer etkenler nedeniyle ulusal etkin renkler ortaya çıkar ve bu renkler o ülkenin bayrağının temel renklerini teşkil ederler.

**Tanım:** *B bayrağını boyayan k renkten p tanesi,  $k \geq p$  diğerlerinden daha belirgin veya daha fazla kullanılmış ise p renk B bayrağının etkin renkleridir denir. Etkin renkler eşit dağılımı iseler p renk B bayrağında etkin ve eşit-renklidir denir. Eğer  $k = p$  ise B bayrağı eşit-renklidir deriz.*

Örneğin Türk bayrağı kırmızı ve beyaz renklerden oluşur ve bayrak  $B_T = \{Kırmızı, Beyaz\}$  ile gösterilirse 'K=Kırmızı' renk etkin renktir. Benzer şekilde Yunan bayrağı  $B_Y = \{Mavi, Beyaz\}$  ile gösterilir ve burada etkin renk  $M=\underline{M}$ avidir. İngiliz ve A.B.D. bayrakları sırayla  $B_E = \{Mavi, Kırmızı, Beyaz\}$  ve etkin renkleri mavi ve kırmızı ve  $B_A = \{Beyaz, Kırmızı, Mavi\}$  ve etkin renkleri  $B=\underline{B}$ eyaz ve kırmızıdır.

Sorunun kaynağı olan Kıbrıs adası üzerindeki bayraklar için Kuzey Kıbrıs'ta egemen olan KKTC bayrağı  $B_{KK} = \{Beyaz, Kırmızı\}$ , etkin rengi beyaz ve Güney Kıbrıs'ta egemen bayrak<sup>4</sup>  $B_{GK} = \{Beyaz, Kahverengi, Yeşil\}$  renklerinden oluşmakta ve etkin rengi beyazdır. Dipnot'ta da belirtildiği gibi Güney Kıbrıs'ın belirlenmiş bir bayrağı bulunmamakta ve 1960 Londra ve Zürih Andlaşmaları ile kurulan ve 1963'te çıkan toplumlar olaylar nedeniyle fiziksel olarak ortadan kalkan Kıbrıs Cumhuriyeti bayrağı kullanılmaktadır. Kıbrıs adası üzerinde yaşayan toplumlardan Güneyi temsil eden Kıbrıs Rumları anavatanları Yunanistan'ın uzantısı (bazı tarihçilere göre tartışma konusu) ve benzer şekilde Kuzeyi temsil eden Kıbrıs Türkleri ise anavatanları Türkiye'nin uzantısını temsil etmektedirler. Bu nedenle Kıbrıs Rum Kesimini temsil eden bayrak sanal kabul edilmiş ve Kıbrıs Rum kesimi bayrağının etkin rengi mavi olarak alınmıştır. İlerde kurulması olası Güney Kıbrıs Rum Cumhuriyeti bayrağı etkin renkleri sırayla beyaz ve mavi olan örnek bayraklar Şekil 2 de gösterilmiştir. Bayraklar Yunanistan bayrağının temel şekilleri olan haç ve çubuk şekillerini içermektedir.

#### Politik Harita Renk Problemi<sup>5</sup>:

**Renkler ve Bayraklar M haritası ülkeleri bayraklarındaki etkin renkler listesine uygun olarak minimum renk kullanarak ve her iki komşu ülke değişik renk kullanma koşulu ile boyanmasına politik harita boyaması denir. Eğer kullanılan renk sayısı öncül etkin renklerin sayısına eşit ise ve her ülke etkin renklerinde biri ile boyanmış olurlarsa M haritası kabul edilebilir politik boyanmıştır denir.**

**Örnek.** Şekil 2'den görüleceği gibi A, B, C, ve D ülkelerinden oluşan haritayı göz önüne alalım. A ülkesi C ve D ye, B ülkesi C ve D ye, C ülkesi A, B, ve D ye ve D ülkesi A, B, ve C ülkelerine komşu olsunlar. A, B, C, ve D ülkelerinin bayraklarındaki renkleri:

A={ Mavi, Kırmızı }, Etkin renk = Mavi

B={ Mavi, Sarı }, Etkin renk = Mavi

C= { Sarı, Mavi }, Etkin renk = Sarı

D= { Kırmızı, Sarı }, Etkin renk = Kırmızı

Politik harita boyanması A ve B ülkelerinin maviye, C nin sarıya ve D nin ise kırmızıya boyanması

<sup>4</sup>Güney Kıbrıs bayrağı henüz bulunmamakta ve 1960'ta kurulan Kıbrıs Cumhuriyeti bayrağı kullanılmaktadır. Ulusları arena tarafından bu duruma onay verilmekte ve bu gerçek durumla çelişki oluşturmaktadır. Yazara göre Kıbrıs sorununun esas kaynağı.

<sup>5</sup>Politik harita renk probleminde her ülke için etkin renkler eşit sayıda verilirse ve etkin renk önceliği göz önüne alınmasa problem 'list coloring' problemine dönüşür [3].

ile elde edilir. Bu çözümden başka bir çözüm olmadığını gösterilmesini okuyucuya bırakıyoruz.

### Sorunlu Politik Harita Renk Problemi

*M haritası k adet bölgeye ayrılmış olsun. K adet ülke etkin bayrak renklerini kullanarak M haritasını kabul edilebilir politik boyamasına sorunlu politik harita renk problemi denir.*

Yukarıda verilen açıklamalar ve tanımlar ışığında Kıbrıs var olan defacto durumu sağlayan boyama Kuzey'in kırmızı ve Güney'in mavi renge boyanmasıdır. Benzer şekilde Türkiye kırmızı ve Yunanistan mavi renklerle boyanmıştır. ABD'nin etkin renginin beyaz ve İngiltere'nin ( ve Avrupa Birliği) etkin renginin mavi olduğu göz önüne alındığında mavi rengin eşit miktarda ilgili haritayı oluşturan ülkeler arasında dağılmadığını görürüz. Diğer yandan ABD'nin etkin renkleri beyaz, mavi ve kırmızıdır. Bu nedenle kabul edilebilir eşit renk dağılımlı harita boyaması ile Güney ve Kuzey Kıbrıs'taki sınırı beyaz renkle gösterilmiştir.

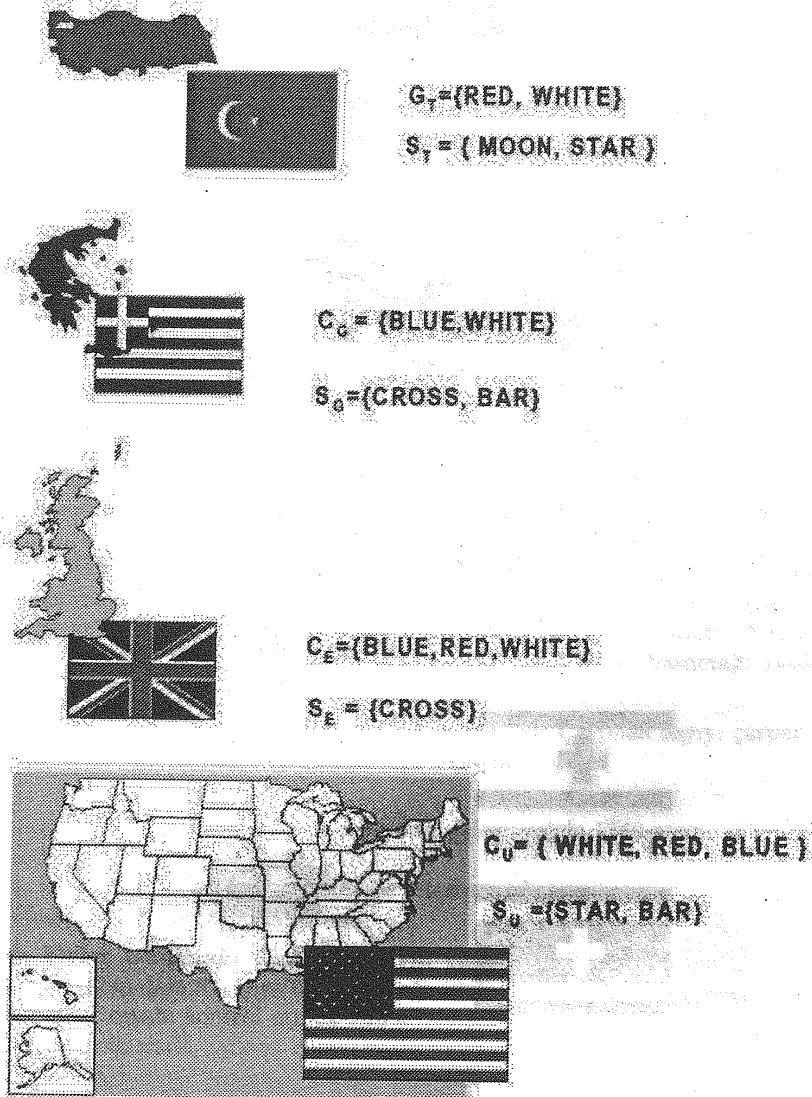
**Semboller ve Bayraklar:** Semboller açısından Kıbrıs sorunu ile ilgili ülke bayrakları ele alındığı zaman konu biraz daha karmaşık hale gelmektedir. Kısaca özetleyecek olursak Türkiye bayrağı ay ve yıldız, Yunanistan ve İngiltere bayrağı haç ve çubuklar, ABD bayrağı yıldızlar ve çubuklardan oluşmaktadır. Yıldız bolluğu içinde olana Avrupa Birliği bayrağı konu açısından bir devleti temsil etmediğinden göz önüne alınmamıştır. Daha öncede de belirttiğimiz gibi var olmayan Kıbrıs Cumhuriyeti'ni temsil etmekte olan Güney Kıbrıs bayrağı sembolleri Kıbrıs adası, zeytin dalı ve güvercin problemin çözümüne katkı koymamaktadır. Güney Kıbrıs'ın sembollerinin de haç ve çubuklardan oluşması gerektiğini kabul edebiliriz. Buradan çıkan sonuç bayraklarda bulunan semboller de dengeli dağılmaktadır. Başka bir deyişle etkin olan semboller yıldız, haç ve çubuk sembolleri konu ile ilgili ülke bayrakları üzerinde dengeli dağılmaktadır.

### SONUÇ

Matematikçi gözü ile Kıbrıs sorununa çözüm bulmak, var olan (defacto) durum üzerinde pek fazla değişiklik yapmadan sorunlu harita bölgesini, sorunla ilgili ülkelerin bayraklarındaki renkler ve sembollere bakarak, üç renk ile dengeli olarak boyamayı gerektirir. Bu çalışmada probleme yukarıda değindiğimiz şekilde bakarak dengeli üç renkle sorunlu bölge olan Kıbrıs adasının boyanmasını ele aldık. Elde edilen üç renkli çözümün siyasi karşılığının kolayca konfederasyon yapısına uygun düştüğü görülmektedir. Siyasi yaklaşım açısından üç renk çözümünün tek fazlalığı, belki Güney ve Kuzey Kıbrıs arasındaki beyaz renkle boyanması gereken sınır çizgisi olmaktadır.

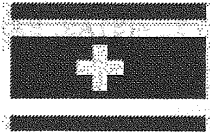
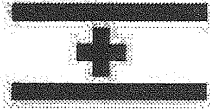
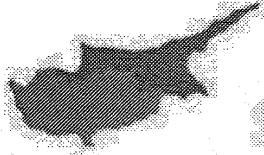
### KAYNAKÇA

- [1] K. Appel and W. Haken, "Every planar map is four colorable", *Contemporary Math.*, 98, (1989).
- [2] N. Robertson, D.P. Sanders, P.D. Seymour, R. Thomas, "A new proof of the four color theorem", *Electron. Research Announc. Amer. Math. Soc.*, 2 (1996), 17-25.
- [3] B. Bollabas and A.J. Harris, "List Coloring of Graphs", *Graphs and Combin.*, 1 (1985), 115-127.



Şekil 3. Kıbrıs adası üzerine etkin ülkeler ve bayrakları.

Şekil 3.  
4 x 5  
42 x 10



Şekil 2. Erkin bayrak renklerine boyanmış Kıbrıs adası ve bayrakları.