Dergimiz bu bölümü ile matematik müfredatının geniş bir çevrede tartışılmasını sağlamak istemektedir. Bu tartışmalara sağlıklı bir temel oluşturmak amacıyla ilk olarak çeşitli ülkelerdeki matematik müfredatını olanaklar ölçüsünde objektif olarak okuyucuya sunmak istiyoruz. Ancak, her ülkenin eğitim yapısı çeşitli yönlerde farklılıklar göstermekte ve bu yapı içinde çeşitli bölümlerin farklı müfredatları bulunmaktadır. Dergimiz ilke olarak her ülkenin ortaöğretiminin her aşamasında matematiğe en fazla yer ayrılan bölümünün matematik içeriğini vermeye çalışacaktır. Bu sayımızda Fransa'daki lise matematik müfredatını ele alıyoruz.

FRANSA'DA MATEMATİK ÖĞRETİMİ

Bu programda lise düzeyinde felsefe ve dil bilimleri, ekonomi, temel bilimler, doğa bilimleri, teknik bilimler ve meslek bölümleri gibi bölümler bulunmaktadır. Biz bunlardan Temel Bilimler bölümüne ilişkin programı vereceğiz.

Lise I (Haftada 4 saat)

I. Sayısal İşlemler:
Gerçel sayılarla (özellikle rasyonel ve ondalık sayılarla) işlemler, eşitlik ve eşitsizlikler. Mutlak değer, uzaklık. Bir gerçel sayının diziler yardımıyla (limit kavramı olmaksızın) yaklaşılması.

II. İstatistik
Popülasyon ve örneklemin tanıtılması. Veri tablosu, periyodik alıntılar, bir anketin cevaplandırılması, verilerin düzenlenmesi, çeşitli grafik gösterimi. Efektif, frekans, ağırlıklı frekans, ortalamalar.

III. Fonksiyonlar
a) Çeşitli şekillerde ortaya çıkan fonksiyon örnekleri. Formülle verilmiş fonksiyonlar, verilerin tablolar biçiminde ifadesi, hesap makinasıyla çalışmalara başlangıç. Fiziksel, biyolojik ve ekonomik sistemler Geometrik ve fiziksel ölçüler Trigonometrik fonksiyonlar Grafikler, yorumlanışı, grafikten fonksiyona geçiş, fonksiyonun belli bir aralığa kısıtlanışı.
b) Fonksiyonun bütününe ilişkin özellikler: artan, azalar fonksiyonlar; çiftlik, teklik, periyodiklik ve bunların grafiğe etkileri.
c) Trigonometrik fonksiyonlar: hesap makinası ile değer hesaplamalar, periyot, simetriler, artan ve azalan oldukları aralıklar, trigonometrik çemberde açıklanabilecek özdeşlikler. (Örneğin: $\cos(x+\pi) = -\cos x$ gibi). Özel açıların trigonometrik değerlerinin düzgün çokgenler yardımıyla belirlenmesi.
d) Özel fonksiyonların değişimlerinin incelenip, grafiklerinin çizilmesi:

$$x \mapsto ax+b; \quad x \mapsto x^2; \quad x \mapsto \sqrt{x};$$
$$x \mapsto |x|; \quad x \mapsto x^3; \quad x \mapsto \frac{1}{x}$$

Cebirsel ve geometrik dönüşümlerle bunlara indirgenebilen fonksiyonlar.
e) Fonksiyonların yerel incelenmesi:

$$x \mapsto (1+x)^2; \; x \mapsto (1+x)^3; \; x \mapsto \frac{1}{1+x}; \; x \mapsto \sqrt{1+x}$$

gibi fonksiyonların sıfır noktası yöresindeki durumu. Bir fonksiyona bir nokta yöresinde doğrusal fonksuyonla yaklaşım. Yaklaşık değer hesapları ve hata hesapları.

IV. Düzlem Geometri Uzaklık, koordinatlar, eksenler, simetriler, izometriler, vektör kavramı, Thalés teoremi ve benzeri orta okuldaki bilgilerin kısaca tekrarı. Homoteti; öteleme ve homotetiye ilişkin analitik formüller. En çok dört noktadan oluşan (ağırlıklı) sistemin ağırlık merkezi. Bir koordinat sistemine göre doğru denklemleri, doğruların parametrik gösterimi, koordinat eksenlerinin değiştirilmesi.

V. Düzlemde vektörlerin skaler çarpımı Skaler çarpımın özellikleri, iki yarı-doğru arasındaki açının "$\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \cdot \|\vec{v}\| \cot \cos \alpha$" formülüyle belirlenişi. Pisagor teoremi ve karşıtı.
Skaler çarpımın koordinatlarla ifadesi, iki nokta arasındaki uzaklığın koordinatlarla ifadesi, çemberin analitik ifadesi (iç ve dış noktalar).

VI. Düzlemde açılar ve dönme Daire ve çember; teğetler, dış bükeylik, simetriler. Trigonometrik çember. yönlü yayın ölçüsü, iki yarı-doğrunun arasındaki açının ölçüsü. Çevre ve merkez açılar. Rotasyonlar, eş merkezli iki rotasyonun bileşimi; rotasyon altında, uzunluk ve açıların değişmezliği.

VII. Uzay Geometrisi
Kesişme bağıntıları ve paralellik Diklik, bir düzleme göre simetri, bir doğru parçasının orta dikme düzlemi, İzdüşüm kavramı, dik izdüşüm, Uzayda dik koordinatlar, Uzaklık, alan ve hacim hesapları.

VIII. Denklemler ve denklem hesapları (Programın bu kısmı yeri geldikçe diğer konular arasında verilecektir.)

Kolay optimizasyon problemleri. Bu problemlerle dış bükey çokgenlerin ilişkisi (doğrusal programlama). Fonksiyonların interpolasyon ve ekstrapolasyonlarına ilişkin basit problemler. Yerine koyma yöntemi ile dört bilinmeyene kadar doğrusal denklem sistemlerinin çözümleri. İki bilinmeyenli doğrusal denklem ve eşitsizlikler.

Lise II (Haftada 6 saat)

I. Sayı Dizileri
Çeşitli şekillerde tanımlanmış dizi örnekleri, (fonksiyonun değerleri olarak, ardışık terimler arasındaki bağıntılarla) Monoton diziler Periyodik diziler Sonsuza ıraksayan dizi örnekleri Aritmetik ve geometrik diziler ve bunların ilk n teriminin toplamına ilişkin formüller Bir dizinin sıfıra yakınsaması: tanımı; sıfıra yakınsayan dizilerin sınırlı oluşu; sıfıra yakınsayan iki dizinin toplamının yine sıfıra yakınsaması ve sınırlı bir dizi ile sıfıra yakınsayan bir dizinin çarpımının sıfıra yakınsaması. Sıfıra yakınsayan dizilerden yararlanarak genelde yakınsama kavramının verilmesi $|u_n| \leq \frac{k}{n}$; $|u_n| \leq \frac{k}{10^n}$ gibi örneklerle yakınsamanın ne ölçüde hızlı ya da yavaş olduğunun belirtilmesi, bu tür sınırlamalarla sıfıra yakınsamanın belirlenmesi.

II. Fonksiyonlar
a) Bir aralıkta tanımlı fonksiyonlar ve bu fonksiyonlarla işlemler $f \geq 0$; $f \geq g$ gösterimleri ve sınırlı fonksiyonlar Birebir örten fonksiyon kavramı ($f(x) = y$ denkleminin irdelenmesi ile bağlantılı) Verilen bir f fonksiyonundan $|f|, \lambda f, x \mapsto f(x-\lambda), x \mapsto f(\frac{x}{\lambda})$ fonksiyonlarının oluşturulması ve genelde bileşke fonksiyon kavramı
b) Limit kavramı: sıfırda limitin sıfır olması durumuyla başlayıp, $x \to a$ için limitin sıfır oluşuna geçilecek, oradan da $x \to a$ için limitin ℓ olması tanımı verilecek. Süreklilik: noktada süreklilik, aralıkta süreklilik.
c) Türev: geometrik ve fiziksel yorumu, bir aralıkta türevlenebilir fonksiyonlar, toplamın, çarpımın türevi $x \mapsto \frac{1}{f(x)}$ ve $x \mapsto f(ax-b)$ fonksiyonlarının türevi. Türev yardımıyla bir fonksiyonun artan ya da azalan oluşunun belirlenmesi; ekstemumların bulunması, denklem ve eşitsizliklerin çözülmesi.
İspat verilmeden bir aralıkta türevli ve türevi sıfır olan bir fonksiyonun sabit olduğu; bir aralıkta türevli ve türevi pozitif olan fonksiyonların artan olacağı gibi teoremler kullanılacaktır.
d) Bir aralıkta sürekli bir fonksiyonun ilkeli (belirsiz integrali). Sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının incelenmesi: periyodiklik, teklik, çiftlik, türevler ve belirsiz integraller ve grafikleri.

III. Polinomlar
Tek değişkenli polinom fonksiyonları ile ilgili işlemler; $(x-a)$ ile bölünebilme. İkinci derece, üç terimlisi

IV. İstatistik
Tek değişkenli istatistik serilerinin incelenmesi Frekanslar, histogram Bir istatistik serisinin analizi ve deskripsiyonunun karakteristik öğeleri.

V. Düzlem Geometrisi
Vektörlerin paralelliği, bir doğrunun doğrultu vektörü, tabanlar.

Düzlemde dönüşüm örnekleri, bileşik dönüşümler, bir dönüşümün parçalanması, dönüşüm grupları. Bir noktayı sabit bırakan eş ölçü dönüşümleri (izometriler), bunların bazı eksenlere göre simetrilerin çarpımı olarak yazılışı, rokasyonlar. Düzlemin yönlendirilmesi. Skaler çarpımın uygulamaları: $M \mapsto \alpha AM^2 + \beta MB^2$ fonksiyonları, Kenar ortay teoremi, Trigonometrinin toplam ve fark formülleri, yarım açı formülleri, sinüs ve kosinüs teoremleri.

VI. Uzay Geometrisi

Uzayda vektörler Bir nokta ve bir vektörle doğruların, bir nokta ve iki vektörle düzlemin belirlenmesi, tabanlar. Uzayda skaler çarpım. Diklik: düzlem ve doğrularla ilgili uygulamalar, dik izdüşüm. Ortanormal tabanlar: skaler çarpımın ve uzaklığın koordinatlarla ifadesi Uzayın yönlendirilmesi, yönlendirilmiş ortanormal tabanlar. Vektörel çarpım, karma çarpım ve koordinatlarla ifadeleri. Küre, düzlem kesitleri, teğet düzlem.

Lise III (Haftada 9 saat)

I. Sayma Yöntemleri ve İstatistik

Sonlu bir kümeden diğer bir kümeye fonksiyon sayısı ve birebir fonksiyon sayısı. Kombinasyon Sayma örnekleri, olasılık Binom formülleri iki nicelik arasındaki bağıntının deneylerle belirlenmesi.

II. Sayı Dizileri

Sayı dizilerin yakınsaklığı, limiti ℓ olan bir (a_n) dizisi ve sürekli bir f fonksiyonu için $f(a_n)$ dizisinin limitinin $f(\ell)$ oluşu. ∞ ya da $-\infty$'a ıraksama, a^n ve n^α dizileri. İndirgemeli diziler (ekonomi ve biyolojiye uygulanabilecek örneklerle).

III. Fonksiyonlar

a) Doğal logaritma ve adi logaritma Limit ve süreklilik kavramlarının daha ayrıntılı incelenmesi. İspatsız olarak ara değer teoremi ve uç değer teoremi. Sonsuzla ilgili limitler.
b) Türev: bileşke fonksiyonunun türevi, ters fonksiyonun türevi, ardışık türevler. Türevle artan ve azalanlığın incelenmesi. Maksimum, minimum değerler ve bunların denklem ve eşitsizlik çözümlerinde kullanılışı. Dik, yatay, eğik ve eğri asimptotlar. Üstel fonksiyon. e^x, u^v gösterimleri. a^x ve x^α fonksiyonları. $(\alpha > 0), \ln x, x^\alpha, e^x$ fonksiyonlarının artış durumlarının birbirleriyle karşılaştırılması,

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{x^\alpha} = 0 \ \lim_{x\to 0} x^\alpha \ln x = 0,$$

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{x^\alpha}{e^x} = 0, \ \lim_{x\to-\infty} |x|^\alpha e^x = 0$$

sonuçlarının elde edilişi. Logaritmik ve üstel fonksiyonlarla elde edilmiş bileşke fonksiyonların türevleri. Ortalama değer teoremi.

IV. İntegraller

a) Sürekli bir fonksiyonun integrali:

1) $\int_a^b f(t)dt = F(b) - F(a)$ bağıntısı

2) Chales bağlantısı

$$\left(\int_a^b \cdots = \int_a^c \cdots + \int_c^b \cdots\right)$$

3) İntegralin lineerliği

4) $a \le b$ ve $f \ge 0 \Rightarrow \int_a^b f(t)dt \ge 0$.

5) Ortalama değer teoremi

6) Değişken değiştirme yöntemi

7) Parçalı integral (tümlev)

8) $x \mapsto \int_a^x f(t)dt$ fonksiyonunun incelenmesi

b) Kesin hesaplanamayan bir integralin (dikdörtgenlerle) yaklaşık hesabı.
c) İntegralin alan, hacim, ağırlık hesabında kullanılışı, eylemsizlik momenti. d) Lineer homojen, sabit katsayılı birinci ve ikinci mertebeden diferansiyel denklemlerin çözümü.
Başlangıç değerli problemlerin çözümleri için, varlık ve teklik ispatları

$$y'' + hy' + ky = a\cos(wx - \varphi)$$

türü denklemlerin çözümü, (belirsiz katsayılar yöntemi)

V. Vektör Değerli Fonksiyonlar

a) Tek gerçel parametreye bağlı, değerleri $\mathbb{R}^2$, ya da $\mathbb{R}^3$'te alınabilen fonksiyonlar. (Tanım ve ispatlar gerçel değerli koordinat fonksiyonları kullanılarak verilecektir.)
Vektör değerli bir fonksiyonun türevi ve türev kuralları.
b) Parametrik olarak verilmiş düzlemsel bir eğrinin çizimine ilişkin basit örnekler. (Tekil nokta ve dallanma incelemesine girilmeyecektir.)
c) Noktanın hareketi. Yörünge, hız ve ivme vektörleri, hızlanan ve yavaşlayan hareketler, doğrusal ve dairesel hareketler, düzgün doğrusal ve düzgün salınımlı hareketler.

VI. Karmaşık sayılar

a) Karmaşık sayılar cismi, geometrik gösterim, eşlenik, salt değer, üçgen eşitsizliği.
b) Karmaşık sayıların $re^{i\theta}$ biçiminde yazılışı, $t \mapsto e^{it}$ fonksiyonunun türevi.
c) De Moiwre formülü Trigonometrik ifadelerin doğrusallaştırılması Toplamdan çarpıma, çarpımdan toplama geçiş formülleri. $a\cos x + b\sin x$ ifadesinin $r\cos(x + \varphi)$ biçiminde yazılışı. d) Bir karmaşık sayının n'inci kökleri, birimin n'inci kökleri grubu ve geometrik yorumu. İkinci dereceden denklemlerin karmaşık sayılarda çözümü.

VII. Geometri

a) Ağırlık merkezi,

$$M \mapsto \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \vec{MA_i} \text{ ve } M \mapsto \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \|\vec{MA_i}\|^2$$

fonksiyonlarının incelenmesi.
b) Afin dönüşümler: (φ doğrusal olmak üzere) bir uzaydan kendine $\vec{v} \mapsto \vec{A} + \varphi(\vec{v})$ biçimindeki dönüşümler. Bir noktası belirlenmiş uzayda $\vec{OM} \mapsto \vec{OM'}$ afin dönüşüm oluşuyla $M \to M'$ afin dönüşümünün tanımlanması.
Afin dönüşümlerin ağırlık merkezini değiştirmeyen dönüşümler olarak belirlenmesi. Doğru ve düzlemlerin görüntüleri.
Konveks bölgelerin görüntüleri, paralelliğin korunması. İzometrilerin iç çarpımı koruyan afin dönüşümler oluşu.
c) (Düzlem Geometri) Yönlü düzlemde bir doğru çiftinin yönlü açı ölçüsü.
d) Kirişler dörtgeni. Dönme ve ötelemelerin bileşimi. Hareket grupları. Bir hareketle bir homotedinin bileşimi. Benzerlik dönüşümleri Karmaşık düzlemde dönüşümler, afin olmayan dönüşüm örnekleri. e) Uzay geometrisi: Dönmeler, ötelemeler, homotediler, izometriler, simetriler.
f) Düzlem geometrisi: Konikler: geometrik tanımları (iki odakla, odak ve doğrultmanla). Asimptotları yardımıyla hiperbol denklemi. Koniklerin parametrik denklemleri. Teğet.

"Öğretimin insanı kendisine ne ölçüde bağlayan bir uğraş olduğunu ancak ondan uzak düşünce anlarsınız."

I.R.Shafarevich