

# İNGİLTERE'DE MATEMATİK ÖĞRETİMİ

Aşağıdaki program İngiltere'deki matematik kapsamını belirtmek için "1990 Syllabuses" dan alınmıştır. İngiltere'ye öğrenim süresi üç yıl olup bizim üniversitenin ilk yıllarında verdiğimiz bilgilerin bir kısmı orta öğretim sıralarında verilmektedir. Bu nedenle programın çok iddialı görünüşü okuru yanıltmamalıdır.

## Kısım 1

Polinomlar ve rasyonel fonksiyonlarda cebirsel işlemler, bölüm ve kalanla ilgili teoremler. Paydaları

$$(ax + b)(cx + d)(ex + f), (ax^2 + b)(cx + d)$$

ya da

$$(ax + b)(cx + d)^2$$

den daha karmaşık durumda olmayan rasyonel fonksiyonların kısmi kesirlere ayrılışı. Basit eşitsizlikler ve mutlak değer işaretinin kullanılışı.

Genel ikinci derece fonksiyonu, sıfır yerleri, köklerle katsayılar arasındaki bağıntılar; kareye tamamlama, grafikler, en büyük ve en küçük değerler.

Karmaşık sayılar; toplama, çarpma, bölme (kartezyen ve salt değer-argüman biçimiyle), eşlenik, geometrik gösterim.

Üslü ve logaritmalı ifadeler (taban değiştirme dahil), aritmetik ve geometrik seriler ( $\Sigma$  gösteriminin kullanılışı dahil), yakınsak geometrik serinin (sonsuz) toplamı. Binom açılımı, pozitif tam üsler, negatif üsler ve kesirli üsler için geçerlilik durumu. Binom açılımının yaklaşık hesaplamalarda kullanılışı.

$\mathbb{R}$  den  $\mathbb{R}$  ye birebir ya da çoka-bir dönüşüm olarak fonksiyon kavramı. Tanım kümesi, görüntü kümesi; bileşke; birebir fonksiyonun ters fonksiyonu. Dik koordinatlarda fonksiyon ve ters fonksiyon grafikleri. Üstel ve logaritmik fonksiyonlar, basit özellikler, grafikleri ve seri açılımları. Altı temel trigonometrik fonksiyon, periyodik özellikleri, simetrisi, grafikleri. Uygun tanım kümeleri

ile sin, cos ve tan'ın ters fonksiyonları.

$$\text{Çemberde ölçüler: } s = r\theta, A = \frac{1}{2}r^2\theta$$

$$\sin(A \pm B), \cos(A \pm B), \tan(A \pm B)$$

$$\sin A \pm \sin B, \cos A \pm \cos B$$

formülleri ile yarımaçı formüllerinin kullanılışı;  $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$ ,  $\sec^2 A = 1 + \tan^2 A$  gibi özdeşlikler.  $a \cos \theta + b \sin \theta$  ifadesinin  $r \cos(\theta \pm \alpha)$  ya da  $r \sin(\theta \pm \alpha)$  biçiminde yazılışı.

Basit trigonometrik denklemlerin genel çözümü (grafikle çözüm yöntemi dahil).  $\sin x \approx x$ ,  $\tan x \approx x$ ,  $\cos x \approx 1 - \frac{1}{2}x^2$  yaklaşımları. Sinüs ve kosinüs teoremleriyle çözülen üçgen problemleri, üçboyutlu uzayla basit problemler (basit durumlar için, bir düzlemlerle bir doğru arasında, iki düzlem arasında, iki aykırı doğru arasında kalan açılarla ilgili problemler dahil).

Düzlemde dik koordinatlar. İki nokta arasındaki uzaklık; bir doğru parçasını verilen oranda bölen nokta; doğru denklemi. İki doğru arasındaki açı, diklik ve paralellik koşulları.

$y = f(x)$ ,  $f(x, y) = 0$  ya da  $x = f(t)$ ,  $y = g(t)$  biçiminde verilen basit eğrilerin çizimi (çizim eğrinin genel biçimini ve eksenlerle ilişkisini vermeli). Çemberin dik koordinatlardaki denklemiyle parametrik denklemlerinin tanınması. Bir eğrinin denkleminde simetriklerinin denkleminin elde edilişi.  $y = af(x)$ ,  $y = f(x) + a$ ,  $y = f(x - a)$ ,  $y = f(ax)$  gibi basit dönüşümlerin etkisi.

İki ve üç boyutlu uzayda vektörler; cebirsel işlemler, iç çarpım (geometrik anlamı dahil). Bir vektörün doğrultusu, yönü ve şiddeti. Birim vektörler, yer vektörleri, hareket vektörleri;  $i$ ,  $j$ ,  $k$

birim vektörleri, bir doğrunun  $r = a + tb$  biçimindeki denklemini.

Limit kavramı ve türevin limit olarak tanımı. Kiriş eğiminin limiti olarak teğetin eğimi. Cebirsel, trigonometrik ters trigonometrik, üstel ve logaritmik fonksiyonların türevleri (açık olarak, kapalı olarak ya da parametrik olarak verilmiş olabilirler). Toplamın, çarpımın, bölümün türevleri, bileşkenin türevi.

İkinci türev, türevin uygulamaları: eğim, teğet, normal, maksimum, minimum, dönüm noktaları, eğri çizimi, birbirine bağlı değişim oranları, küçük artmalar, yaklaşık değer hesapları.

Toplam limiti olarak ve türevin tersi işlem olarak integral (tümlev). Yamuk yöntemi ve Simpson yöntemi ile yaklaşık integral hesapları. Basit integrasyon (tümleme) yöntemleri (kısmi kesirler, değişken değiştirme parçalı tümleme dahil).

Belirli integraller, düzlemsel alan hesapları ve hacim hesaplarında kullanılışı. Birinci mertebeden değişkenleri ayrılabilen diferensiyel denklemlerin çözümü.

## Kısım 2

Matematiksel tümevarım. Basit serilerin toplamı. Gerçek sayı dizilerinin limitlerinin elemanter olarak ele alınışı, yakınsak sonsuz seriler, fonksiyonların limitleri.

Permütasyonlar, kombinasyonlar. Olasılık ( $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ ,  $P(A \cap B) = P(A|B)P(B) = P(B|A)P(A)$  bağıntıları dahil.)

Bir polinom denkleminin kökleri ile katsayıları arasındaki bağıntılar. Parametrik biçimde ya da dik koordinatlarda sözelimi

$$y = \frac{ax^2 + bx + c}{px^2 + qx + r}, \quad a^2y^2 = x^2(a^2 - x^2),$$

$$y = e^x \sin x, \quad x = a \cos^3 t, \quad y = a \sin^3 t$$

ile verilmiş eğrilerin çizimi (simetri, asimptot vb.). Bir eğrinin kiriş, teğet ve normallerinin denklemleri, basit geometrik yer denklemlerinin çıkarılışı.

Elips, hiperbol ve parabolde standart biçimdeki denklemler (dik koordinatlarda ve parametrik

biçimde). Elips, hiperbol ve parabolde doğrultman - odak özelliği. (Bu eğrilerin diğer geometrik özellikleri ve genel ikinci derece denkleminin incelenmesi hariç).

Karmaşık sayıların kutupsal biçimi. De Moivre Teoremi, basit trigonometrik özdeşliklerde ve bir sayının köklerinin bulunmasında kullanılışı.

$e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$  bağıntısı ve vektörlerin döndürülmesinde kullanılışı. Karmaşık düzlemde

$$|z - a| = k|z - b|, \quad \arg \left( \frac{z - a}{z - b} \right) = k$$

gibi bağıntılarla verilen nokta kümeleri.

Hiperbolik ve ters hiperbolik fonksiyonlar, özellikleri, grafikleri, türevleri, tümlevleri ve logaritmik ifadeleri (örneğin  $\sin h^{-1}x = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$ ).

Vektörler ve dik koordinatlarla doğru ve düzlemlerin incelenişi. Dış çarpım ve basit uygulamaları.

Bir denklemin köklerine yaklaşma yöntemleri, böylesi bir yaklaşım değerinin daha da yaklaştırılması (Newton-Raphson yöntemi dahil).

Üçüncü ve daha yüksek mertebeden türevler. Basit fonksiyonlara ikinci (ve daha yüksek) dereceden polinomlarla yaklaşma; Maclaurin açılımı.

Integral almada basit indirgeme formüllerinin çıkarılışı ve kullanılışı. Ortalama değer, ağırlık merkezi (düzlemsel alanlar için), dönele hacimler, yay uzunluğu ve dönele cisimler için alan hesaplarında uygun cebirsel yöntemlerin ve diferensiyel-integral hesabın uygulanışı. Kolay örneklerle kutupsal koordinatlarda verilmiş eğriler ve bunlarla sınırlı alanlar.

Birinci mertebeden diferensiyel denklemlerin tümleme çarpanı yardımı ile çözülmesi.  $a, b, c$  sabitler ve  $f(x)$  basit bir fonksiyon olmak üzere

$$a \frac{d^2y}{dx^2} + b \frac{dy}{dx} + cy = f(x)$$

biçimindeki ikinci mertebeden diferensiyel denklemlerin çözümü.