

MATEMATİKSEL ESTETİK

ULUĞ ÇAPAR

Ünlü filozof, düşünür ve matematikçi Bertrand Russell "Mysticism and Logic" adlı kitabında matematikteki estetik konusunda şunları yazar:

"Matematik doğru algılandığında sadece gerçeği değil, heykeldeki türden yüceltilmiş, donuk ve süssüz bir güzelliği de içerir. Matematik bu güzelliklere bürünmek için insan doğasındaki zayıflıklara başvurmaz, resim ve müziğin göz kamaştırıcı tuzaklarını da kullanmaz; ona karşı en katıksız bir arılığa ve ancak en yüce sanat eserlerinde görülebilecek ağırbaşlı bir mükemmelliğe erişebilme gücüne sahiptir."

Sayfalar dolusu türev alma ve cebir işlemlerine boğulup bir diferansiyel denklemin seri çözümünün katsayılarını hesaplamağa çalışan ya da çok bilinmeyenli karmaşık bir denklem sistemini çözümlenmeğe uğraşan bir matematik öğrencisi kendi kendine : "Russell'in sözünü ettiği güzellik bu mu?" diye sorabilir, satranç ve benzeri bazı zekâ oyunlarındaki ince görüş ve buluşların çok daha fazla pozitif bilim türünde bir estetik içerdiğini düşünebilir. Aslında matematikteki estetik en belirgin biçimde işin çok daha başlarında, bir de sarmal bir gelişim sonunda ulaşılan ileri aşamalarında kendini gösterir.

İlk başlardaki ekstremde matematikçi güzellik yaratma konusunda bir hayli edilgendir, daha çok olanı biteni gözlemeğe, keşfetmeğe çalışır. Fizik, kimya, astronomi v.b. pozitif bilimlerdeki gözlem faaliyetlerine çok benzeyen bu devrede insanlığı ikibin, ikibinbeşyüz yıldan beri uğraştıran gerçel sayılar, iki veya üç boyutlu Euclid geometrisi gibi temel matematik yapılar ya da daha yakın zamanlarda ortaya çıkan karmaşık sayılar, sonsuz seriler, özel fonksiyonlar ve bunun gibi objeler gözlenir. Bu gözlemler sonucu ortaya çıkan bulgular matematikçinin

yaratıcılığında oldukça bağımsız, bazı fiziksel özelliklerinin eşyanın doğasında var oluşu türünde, incelenen matematiksel yapının içeriğinde yeralan gerçekler kümesidir. Bu aşamada estetik, bulgu ifadelerinin yalınlığı ve zarafeti, kullanılan malzemenin azlığı, sonuçların şaşırtıcılığı ve genellik düzeyi ile kendini belli eder. Şimdi bu türden bazı bulguları "The Mathematical Intelligencer" den kısaltarak aktaralım. Söz konusu dergi, okuyucularından bu sonuçlara matematiksel güzellik açısından 0 ile 10 arasında puanlar vermelerini de istemiştir.

1) Çok yüzlüler için Euler formülü :

$K + Y = A + 2$, K: Köşe sayısı, Y : Yüz sayısı
A: Ayırt sayısı.

2) Herhangi bir kare matris kendi karakteristik denklemini sağlar.

3) Sonsuz asal sayı vardır.

4) Karesi 2 olan hiçbir rasyonel sayı yoktur.

5) $4n + 1$ biçimindeki herhangi bir asal sayı, tek olarak belirlenen iki tam sayının kareleri toplamı olarak yazılabilir.

$$6) 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{5^2} + \dots = \frac{\pi^2}{6}$$

$$7) \frac{1}{2 \times 3 \times 4} - \frac{1}{4 \times 5 \times 6} + \frac{1}{6 \times 7 \times 8} - \dots = \frac{\pi - 3}{4}$$

8) π transandan bir sayıdır.

9) 77 den büyük herhangi bir tamsayı, tersleri toplamı 1 olan tamsayıların toplamı olarak yazılabilir.

10) Köşeleri düzlemsel ağ noktaları ile çıkan hiçbir eşkenar üçgen yoktur.

11) Herhangi bir toplulukta oradaki arkadaş sayıları eşit olan iki kişi vardır.

12) Bir tamsayının tek tamsayılardan oluşan

partisyonları (bölüşümleri) nin sayısı, birbirinden farklı tamsayılardan oluşan partisyonlarının sayısına eşittir.

13) Eğer bir düzlemin noktaları kırmızı, sarı veya mavi renkle boyanırsa aralarındaki uzaklık bir birim olan aynı renkli iki nokta vardır.

14) Her düzlem harita 4 renkle boyanabilir.

15) Kapalı birim daireyi kendi içine çeviren sürekli bir dönüşümün çakılı noktası vardır.

16) $\sqrt{2}$ nin katlarının yalnız tamsayı kısımlarını yazalım, alta da bu dizide eksik kalan tamsayıları sıralayalım :

1,2,4,5,7,8,9,11,12,....

3,6,10,13,17,20,23,27,30,....

Bu takdirde iki dizi arasındaki fark n inci pozisyonda $2n$ olur.

17) Düzgün bu sekizgen içine yerleştirilen düzgün bir yirmi yüzlü kenarları altın oranda böler.

18) Gruplar için kelime problemi çözümsüzdür.

19) Bir altgrupun eleman sayısı grubun eleman sayısını böler.

20) $e^{i\pi} = -1$.

21) 5 düzgün çokyüzlü vardır.

Matematiğin ileri aşamalarındaki uçlarda ise matematikçi yalnızca varolan yapıları gözlemlemekle yetinmez, kendi özgün yapılarını da tasarımı yapıyor. Bu, doğayı gözleyerek yinelemekten vazgeçip, kendi iç dünyasına düşsel, bazen de soyut bir biçimde yönelen çağdaş ressam örneğinde olduğu gibi ona sonsuz ufuklar ve yaratıcılık zemini sağlar. Bu soyut yapının şekillenişindeki kişisel, seçenekler dizisi ve özgünlük Russell'in sözünü ettiği estetik öğeleri de birlikte getirir.

Matematikte soyutluk gereksinimi asırlar boyunca kazanılan bilgi ve tekniklerin kontrolsüz bir biçimde birikip yağışmasından kaynaklanır. Bu korkunç hacimdeki tanımlar, önermeler ve teknikler yığınına yaklaşılabilir hale getirmek için tekrarların ayıklanması, benzerlerin sınıflandırılması, aynı sınıf içindeki veya sınıflar arasındaki ortak özellik ve yapıların ortaya çıkarılması gerekir. Örneğin doğrusal denklem takımları, doğrusal diferansiyel denklemler, doğrusal integral denklemler ile ilgili problemleri çözmeye çalışan bir kişi, bir süre sonra birbirinden farklı matematik dallarına ait olarak

bilinen bu problemleri çözümlerinde aslında aynı şeyin yapımağa çalışıldığını, diğer bir deyişle her üç grupta da doğrusal bir operatörün tersinin elde edilmek istendiğini, veya operatörün spektrumunun ve bunun bazı özelliklerinin arandığını farkeder. Böylece bu problemlerle ayrı ayrı kompartmanlar içinde uğraşmak yerine doğrusal vektör uzayları, doğrusal topolojik uzaylar, Banach cebirleri gibi soyut yapılar aksiyom grupları ile tanımlanır, bu yapılardaki temel özellikler bu bulgular kümesi tek bir kez elde edilir, fakat bulunanlar bu soyut yapının kapsadığı bütün problem alanları veya altyapılar için geçerli olur. Bu soyut yapı içinde elde edilen sonuçlar, uygulamalı matematiğin değişik dallarında bilinen, kullanılan pek çok bulgunun, özelliğın ortak rezümesi veya imbiikten geçirilerek elde edilen özsuu gibidir. Örneğın bir Banach cebri için kanıtlanan bir teorem gerçekte birçok matris diferansiyel veya integral denklem probleminde gereksinim duyulan has değer (eigen-value) özelliklerini hepsi için geçerli olacak en genel biçimde verir. Fakat burada çok ilginç diğer bir gelişme de izlenir. Matematikçiler bir süre sonra hangi bilinen sonuçlar kümesinin imbiikten geçirilmiş şekli olduğuna dikkat etmeksizin yeni bulgular elde etmeğe başlarlar, diğer bir deyişle bu soyut yapıların salt kenđi kuralları içinde yollarına devame derler. Aksiyomlar ve tanımlarla yapay olarak kurulan çatı bunlardan zorunlu olarak elde edilebilen birçok sonuç ve bulguyu da beraberinde getirir. Genelde de geriye dönölüp bunların uygulamaya yönelik yorumları olup olmadığı kaygısı taşınmaz. Böylece yukarıda sözü edilen sarmal gelişim ortaya çıkar. Diğer bir deyişle Russell'in duru, heykelimsi estetiğine sahip soyut matematiksel yapı eğer büyük bir matematikçinin elinden çıkmassa 'Fındıkkıran' kalesindeki tılsımlı oyuncaklar örneği canlanır. Artık matematikçi kendisini yine başlardaki edilgen konumunda bulur. Kendi kurduğu fakat canlanan yapı karşısında yeniden bir fizikçi veya biyolog gibi gözlemlerde bulunmak, keşifler yapmak zorundadır. Belki matematikteki gerçek güzelliği de bu çok girift, sarmal gelişim ortamında izlenen yol belirler.

KAYNAKÇA

- 1) Bertrand Russell: *The Study of Mathematics in Mysticism and Logic*, Doubleday & Company Inc. (1960), pp.55-69.
- 2) *Beauty in Mathematics*, Mathematical Intelligencer, Vol. 10, no. 4, (1988), pp. 31.