

Kurt Gödel (1906-1978)

Avusturya-Macaristan İmparatorluğu'na bağlı Çekoslovakya doğumlu, Viyana'da eğitim görmüş, tarihin cilvesi sonucu, önce Çek, sonra Avusturyalı (1929), Alman işgalinden sonra istenci dışında Alman olan (1938) ve son olarak da 1948'de Amerikan vatandaşlığına geçmiş matematikçi ve mantıkçı. 20'nci yüzyılın en önemli mantıkçısı, hatta Aristo'dan beri tarihin en büyük mantıkçısı olarak bilinir.

Matematiksel ve mantıksal teoremleriyle felsefeyi ve düşün dünyasını Einstein çapında etkilemiş kişilerden biridir.

Babası bir dokuma fabrikası sahibiydi. Akla ve mantığa öncelik verirdi.



Annesi ise çocuk eğitimin erken yaşta başlaması gerektiğine inananlardandı: Gödel 10 yaşındayken matematiği, dinleri ve dilleri öğreniyordu.

Amerika Öncesi

Doymak bilmeyen merakından dolayı çocukluğunda Niçin Bey adı verilmiştir. 6-7 yaşlarında romatizmal ateşten mustarip olmuş, neyse ki atlatmıştır. Alman okullarında okumuş, hayatı boyunca Çekçe öğrenmemiştir. Liseyi üstün başarıyla bitirdikten sonra, 18 yaşında kuramsal fizik okumak üzere Viyana Üniversitesi'ne gitmiş, ama Matematik Bölümü'ne geçmiş.



Tarihle ilgilenmiş, Goethe'nin renk kuramını ve Newton eleştirisini ve Kant'ı okumuştur. Dogmatik bilimsel düşünceleriyle pek örtüşmese de "Viyana çevresi"ne dahil olmuştur. Bolonya'da Hilbert'in matematiksel mantık üzerine verdiği bir seminere gitmiş, ardından Hilbert'le Ackermann'ın 1928'de yayınladıkları **Kuramsal Mantığın Temelleri** kitabını okumuş, burada sorulan "matematiğin tamlığı" sorusunu bir yıl içinde olumlu yanıtlamış ve doktorasını almıştır.

Gödel'in okul karnesi.
Bütün dersler pekiyi, sadece matematik iyi...

Doktorasını aldıktan sonra Amerika'ya yaptığı

seyahatlerin ve yoğun çalışmanın Gödel'i depresyona sürüklediği söyleniyor ama depresyonun nedeni daha derin olmalı. Çalışmalarına bir süre ara verdikten sonra 1937'de Seçim Beliti'nin (SB'nin) ve Süreklilik Hipotezi'nin (SH'nin) kümeler kuramının diğer belitlerinden (sırasıyla ZF ve ZFC'den) bağımsız olduğu-



Oscar Morgenstein'in objektifinden Einstein ile Gödel

masına karşın, kendisinden on yaş büyük, Viyana'da bir gece kulübünde dansözlük yapan ve daha önce evlenip boşanmış, üstüne üstlük bir de Katolik (Gödel'in ailesi katı Lüteriyendi, bir tür Protestan yani) olan Adele Nimbursky (kızlık adı Porkert) ile evlenmiştir. Çocukları olmamıştır.

nu kanıtlamaya çalışır. İstedikini tam başaramasa da, bu önermelerin yanlışlığının kanıtlanamayacağını kanıtlar.

1938'de, ailesinin karşı çık-

Avrupa'dan Kaçış

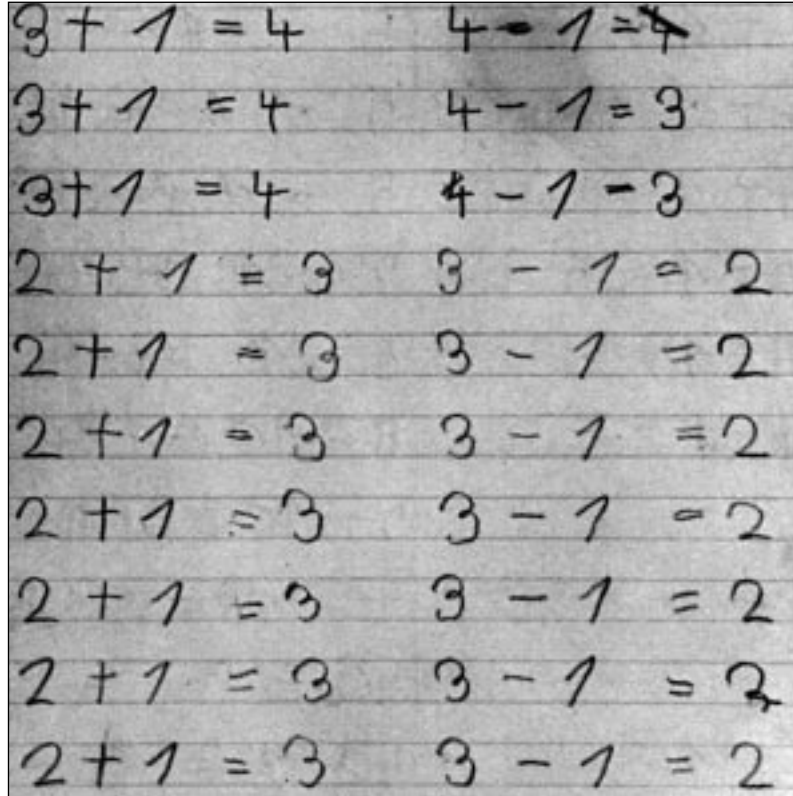
Aynı yıl, Avusturya Nazi Almanyası tarafından işgal edilince, doçentlik kaldırılır ve Gödel üniversiteye yeni baştan başvurmak zorunda kalır. Viyana çevresindeki yakın arkadaşlarının Yahudi olması Gödel'in aleyhine olur ve kötü sağlığına karşın askerlik yapmaya elverişli bulunur. Böylece üniversite yerine savaşa gitme tehlikesi belirir. Bir gece bir grup Nazi gencinin saldırısına uğrar, hırpalanır, gözlükleri kırılır, neyse ki Adele şemsiyesiyle gençleri dağıtmayı becerir! Artık Avrupa'da kalmaması gerektiğini anlar.

Savaş başladığından Atlantik Okyanusu'nu geçerek Amerika'ya gitmek tehlikelidir. Transsiberya treniyle Avrupa'dan kaçarlar. Önce Japonya, sonra Pasifik'i aşarak San Fransisco'ya varırlar (4 Mart 1940). Trenle Amerika'yı Batı'dan Doğu'ya geçerler. Gödel, daha önce birkaç kez ziyaret ettiği Princeton İleri Araştırma Enstitüsü'nde çalışmaya başlar. SB'nin ve SH'nin bağımsızlığı makalesini burada yayımlar.

Princeton’da kendisinden 27 yaş daha büyük olan ve 7 yıl önce Amerika’ya göç etmiş olan Einstein’la tanışmış ve yakın dostluk kurmuştur.

Tanrı’nın Varlığının Kanıtı

İlgi alanı matematikten felsefeye ve fiziğe kayar. Yaşamboyu hayran kalacağı Leibniz’i, ayrıca Kant ve Husserl’i okur. 1970’lerin başında, Leibniz’in Tanrı’nın Ontolojik Kanıtı’nın bir çeşitlemesini sağda solda dostları arasında dağıtır. Ünlü mantıkçı Solovay, 1985’te yapılan ve benim de katıldığım küçük bir toplantıda, Gödel’den “therefore G exists” yani “demek ki G vardır” sözleriyle biten mektuplar aldığını söylemiştir. Bu-



Gödel’in ilk aritmetik defteri, 1912-1913

radaki G, tabii ki İngilizce Tanrı demek olan God'ın ilk harfidir, ancak G, ayrıca Gödel'in de ilk harfidir!

Yaşamı boyunca çok saygı duyulduğunu ve birçok ödülle onurlandırıldığını herhalde söylemeye gerek yoktur. 1951'de Einstein Ödülü'nü almıştır ve Julien Schwinger'la birlikte bu ödülü alan ilk kişidir.

Ölümü

Gödel, çekingen ve içine kapanıktı. Eksantrik bir kişiliği vardı. Örneğin yaz ortasında kışlık giysilerle dolaşırdı. Buzdolabı gazıyla zehirlenebileceğine inanır, yaz kış demeden evinde kapı pencere açık otururdu. Hortlaklara inanırdı. Ayrıca sık sık hastalanan, sağlıksız biriydi, ancak doktorların tavsiyesine uymaz, hatta dediklerinin tam tersini uygulardı. 1940'larda kanamalı bir ülser geçirdi. Doktora gitmeyi reddettiğinden ölümle burun buruna geldi ve ancak acil kan nakliyle hayatı kurtarılabildi.



1955'te Einstein ölünce daha da içine kapandı. En yakınındakiyle bile telefonda konuşmayı tercih etti. Biriyle buluşması gerektiğinde yerini ve zamanını titizlikle belirler ve o saatte randevu yerinden çok uzakta bir yerde olurdu. 1975'te Ulusal Bilim Madalyası kendisine verildiğinde Washington'a gidip Gerald Ford'u görmeyi reddetti. Bazı güçlerin iyiliği gömdüğü gibi tuhaf inançlara kapıldı.

Kötü insanların kendisini zehirleyeceklerine inandığı için, kendi yaptığı yemekleri bile yemez, sadece eşinin yaptığı yemekleri yedi. 1977'de eşi Adele hastalık sonucu yemek yapamaz hale gelince, Gödel yemek yemeyi tümüyle reddetmiştir. Bir iğne bir iplik kalan Gödel Princeton Hastanesi'ne kaldırılır ve orda da yemeği reddedince, iki hafta sonra yetersiz beslenmeden ve aşırı kilo kaybından, Türkçesiyle açlıktan ölür.

Gödel'in Matematiğe Katkıları

Bugünkü modern matematiksel mantığın Gödel'in eseri olduğu rahatlıkla söylenebilir. Çok genç bir yaşta, daha henüz 23'üneyken, aritmetikte doğruluğu ya da yanlışlığı kanıtlanamayan önermelerin mutlaka olmak zorunda olduğunu kanıtlamıştır (Birinci Eksiklik Teoremi, yayımlanması 1931). Gödel en çok bu teoremiyle bilinir. Biraz daha matematiksel olarak ifade edecek olursak, Eksiklik Teoremi şunu söyler: Doğal sayıları, toplama ve çarpma ifade edecek güçte olan ve neyin belit olup olmadığı anlaşılabilen çelişkisiz bir sistemde, doğru olan ama kanıtlanamayan bir önerme olmak zorundadır.

Gödel böylece matematikte biçimciliği savunan Hilbert ve Russell gibilerinin düşüncelerine önemli bir darbe indirmiş olur.

Ayrıca bir kuramın (yani bir belit sisteminin) her modelinde (yani sistemin belitlerinin doğru olduğu her evrende) doğru olan bir önermenin mutlaka matematiksel bir kanıtı olduğunu da kanıtlamıştır (1929, Tamlik Teoremi; bu yıl kaybettiğimiz Leon Henkin, Gödel'in Tamlik Teoremi'nin aslından çok daha basit ve anlaşılır bir kanıtını vermiştir.

Gödel ayrıca, ZFC'nin Süreklilik Hipotezi'ni yanlışlayamayacağına kanıtlamıştır (1938, makalenin yayımlanması 1940). Bu makalesinde *inşa edilebilir evren* kavramını tanımlar. İnşa edilebilir evren, kümeler kuramının en basit kümeleriyle ve en basit işlemleriyle inşa edilebilen kümeler topluluğudur; kümeler kuramının en basit ve en küçük modelidir. Gödel hem SB'nin hem de SH'nin bu evrende doğru olduğunu kanıtlar, dolayısıyla bu iki önermenin yanlış olduğunu sırasıyla ZF ve ZFC kanıtlayamaz.

Asıl gürültü koparan 1931 Eksiklik Teoremi'nin temel fikri oldukça basittir. Gödel, "ben kanıtlanamam" diyen matematiksel bir tümce yazmayı başarır. Bu tümcenin kanıtı olsa, sistem çelişkili olurdu. Demek ki sistem çelişkisizse tümcenin kanıtı olamaz. Tümcenin kanıtı olmadığından, "ben kanıtlanamam" tümcesi doğrudur. Demek ki matematik çelişkisizse, "ben kanı-

lanamam” tümcesi doğrudur ama kanıtlanamaz. Gödel, bu tümceyi yazmak için doğal sayıları, toplamayı ve çarpmayı kullanmıştır; matematiksel tümceleri ve kanıtları aritmetikte sayılarla kodlamıştır. Bu kodlamaya göre her tümcenin ve her kanıtın bir “Gödel sayısı” vardır.

Belki de bu aşamada, matematiğin dilinde, “ben yanlım” ya da “bu tümce yanlıdır” diyen bir tümcenin yazılamayacağını belirtmemiz gerekiyor. Yoksa, bu tümce ne doğru ne de yanlış olacağından, bir çelişki elde ederiz.

Gödel’in ikinci Eksiklik Teoremi birincisinden de felsefidir: Bu teoreme göre, doğal sayıları, toplamayı ve çarpmayı anlayacak güçte olan bir matematik sistemi hiçbir zaman kendisinin çelişkisiz olduğunu kanıtlayamaz.

Bu teorem, matematiğin çelişkili ya da çelişkisiz olduğunu söylemiyor, sadece çelişkisiz olduğunun kanıtlanamayacağını söylüyor. (Matematiğin çelişkili olduğu – eğer matematik çelişkeliyse elbette – kanıtlanabilir; bunun için matematikte bir çelişki bulmak ya da $0 = 1$ eşitliğini kanıtlamak yeterlidir.)

Gödel’in bu teoremi öylesine bir sürprizdi ki, 1930’da Königsberg’de bu konuda ilk konuşmasını verdiğinde, kimse bu teoremin tam olarak ne anlama geldiğini anlayamamıştı. Hatta büyük mantıkçı Bertrand Russell bile şaşkına dönmüş, “Ne yani $2 + 2$ ’nin artık 4 değil de 4,001 olduğunu mu düşüneceğiz?” diyebilmiştir. Teoremin değerini ilk anlayanlardan biri ünlü matematikçi John von Neumann’dır.

Gödel’in bu teoremi matematikçilerin uğraş dallarına olan sonsuz güvenini kırmıştır elbet. Öte yandan, bu teorem gerçeğe sadece biçimsel olarak ve mantıkla ulaşılamayacağını kanıtlayarak, insanların bilgisayarlardan en azından bu konuda daha üstün olduklarını göstermiştir.

Kaynakça

Bu makale için en çok Wikipedia’dan ve Jim Holt’un “What were Einstein and Gödel talking about?” adlı (The New Yorker, 28 Şubat 2005) makalesinden yararlanılmıştır.