

heyetiyle tanıştı. Bunlar Fransa'nın Osmanlı Devleti'ne olan borçlarının ertelenmesi ve kapütalasyon uygulamasının bir az daha uzatılması için Osmanlı padişahına ricada bulunmak için Türkiye'ye gelmişlerdi ve padişahın olumlu sinyaller aldıkları için çok mutlu görünüyorlardı. Fransa'ya gelince hemen Dursun Bey'i en ünlü matematikçilerinden Bolzano'ya götürdüler. Bolzano'nun manastırdaki yazıhanesine girince duvardaki bir yazı Dursun Bey'in dikkatini çekti: "Tanrının verdiğinin beşte birini bana ver, tanrı da bana verdiğinin iki mislini sana versin." Dursun Bey kısa bir hesaptan sonra "Amma da uyanık, tanrının verdiğinden %25 komisyon istiyor⁴" diye düşündü ve durumu Bolzano'ya anlattı. O da problemin matematik dilinde yorumunu yaptı:

Problem 1. (Ekmeküstü Margarin Problemi) Düzlem üzerinde verilen iki sınırlı bölgenin her birinin alanını tam yarıya bölen bir doğru bulunur mu?

Dursun Bey bundan bir şey anlamadı, sadece içinde: "Bu problem yorumla çözülebilseydi Mustafa abi'ye⁵ götürürdüm: kendisi müzikte ve evlilik konusunda çok güzel yorumlar yapar" dedi.

Bolzano önce daha basit bir problemi çözmeye karar verdi:

Problem 2. Düzlem üzerinde verilen sınırlı bir bölgenin alanını tam yarıya bölen bir doğru bulunur mu?

Bunu Dursun Bey'e sordu:

- Sadece ekmek dilimi olsaydı ne yapardınız?
- Bundan kolay ne var ki?! Bıçağı ekmek dilimi üzerinde yavaş yavaş kaydırırız, ekmek tam yarıya bölündüğü anda keseriz.

Bundan sonra Dursun Bey Trabzon'a döndü. Bolzano da onun bu fikrini genelleştirerek aşağıdaki teoremi verdi.

Teorem 1. (Ara Değer Teoremi) Bir sürekli fonksiyon aldığı iki değer arasındaki tüm değerleri alır.

Başka bir deyişle, $f(x)$ fonksiyonu $[a, b]$ aralığında sürekli ise, $f(a)$ ile $f(b)$ arasındaki her c sayısı için $f(x_0) = c$ olacak şekilde en az bir $x_0 \in [a, b]$ bulunur.

Sürekli fonksiyon kavramının ciddi tanımı ve bu teoremin kanıtı analiz kitaplarında bulunur (örneğin, [1], [2]), biz sadece teoremin (kanıtın değil) grafik üzerinde açıklamasını veriyoruz. Genç okurlarımıza Ara Değer Teoremi'nin kitaplardaki ispatını incelemelerini tavsiye ediyoruz. Sürekli fonksiyon, kabaca, değişkenin çok az bir değişiminde, çok az değişen fonksiyondur; grafiği, kalem kağıttan ayırmadan çizilebilir bir fonksiyon olarak düşünülebilir (gerçi birçok sürekli fonksiyonların grafiğini çizmek bile imkansızdır, ama şimdilik bu konuya girmeyelim).

Aşağıdaki (Şekil 1) her iki grafikten de görüldüğü gibi $(a, f(a))$ ve $(b, f(b))$ noktalarından biri $y = c$ doğrusunun alt tarafında, diğeri de üst tarafında bulunduğundan bu noktaları birleştiren eğri ($y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği) $y = c$ doğrusunu bir $(x_0, f(x_0)) = (x_0, c)$ noktasında kesecek ve böylece $f(x_0) = c$ olacaktır.

⁴Neden %20 değil de %25 olduğunu düşünün!

⁵Ünlü türkücü Mustafa Topaloğlunun atalarından.